GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL V. No. 1 1 OCTOMVRIE 1938

BIBLIOTECA CENTRALA
„ASOCIAȚIUNII"
SIBIIU

SOCIETATEA GAZETA MATEMATICĂ
CALEA GRIVIŢEI, 158. BUCUREŞTI 2

In Biblioteca «Gazetei Matematice» au apărut:

CULEGERE DE PROBLEME DE ALGEBRĂ

INTOCMITĂ DE

D-l Inginer Profesor A. G. IOACHIMESCU
Licenţiat în Matematici

PARTEA I. EDIŢIA IV-a

REVĂZUTĂ ŞI MĂRITĂ

188 pagini
Preţul: 120 lei

CULEGERE DE PROBLEME DE TRIGONOMETRIE

PARTEA II-a (Trigonometria plană)

DE

V. CRISTESCU

EDIŢIA II-a REVĂZUTĂ ŞI ADĂOGITĂ

DE

GH. TH. GHEORGHIU

Preţul: 125 lei

DE VÂNZARE LA LIBRĂRII, SE POT COMANDA ŞI LA «GAZETA MATEMATICĂ», BUCUREŞTI. CALEA GRIVIŢEI Nr. 158, TRIMIŢÂNDU-SE COSTUL PLUS 15 LEI PENTRU TRANSPORT DE FIECARE VOLUM SAU CONTRA RAMBURS.

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL V. No. 1 — 1 OCTOMVRIE 1938

ABONAMENTUL LEI 50 PE AN (9 numere)

Soluţii, abonamente şi orice corespondenţă pe adresa:

Locot. C. D. IONESCU-ŢIU

Casa «Gazeta Matematică», Calea Griviţei 158. — Bucureşti 2

PERSONALUL REDACŢIUNII «SUPLIMENTULUI CU EXERCIŢII»

O. N. ŢINO. Membru delegat pentru coordonarea exerciţiilor propuse.

C. IONESCU-BUJOR. Membru delegat pentru soluţiunile de publicat, imprimarea revistei şi corecturi.

LT. C. IONESCU-ŢIU. Membru delegat pentru repartizarea exerciţiilor rezolvate.

N. N. MIHĂILEANU. Membru delegat pentru alcătuirea tabloului de rezolvitori al fiecărui număr.

I. ALEXIU, E. ARGHIRIADE, GENERAL GH. BUICLIU, G. DUMITRESCU, G. T. GHEORGHIU, V. GHIŢESCU, C. IONESCU-BUJOR, LT. C. IONESCU-ŢIU, CPT. COMANDOR I. LINTEŞ, N. N. MIHĂILEANU, AL. AL. ROŞU, GH. D. SIMIONESCU, O. N. ŢINO, CPT. COMANDOR GR. ZAPAN. Membri delegaţi pentru exerciţii propuse.

CONCURSUL „GAZETEI MATEMATICE“ DIN 1939

Adunarea generală a Societăţii *Gazeta Matematică* a hotărît, în şedinţa dela 31 August a. c. ţinerea unui concurs de matematici în cursul anului 1939 între elevii liceelor, civile şi militare, din ţară şi între elevii anului preparator a Şcoalei Politehnice „Regele Carol II“.

Concursul va avea loc după Paşti înainte de reînceperea cursurilor, în Bucureşti, unde se va da examen înscris şi oral, dacă Societatea va dispune de mijloace de a aduce candidaţii; dacă vor lipsi aceste mijloace, concursul se va ţine într'o duminică din luna Mai, în diferite centre din ţară, dându-se numai teze.

Deciziunea în această privinţă se va publica în numărul din Martie 1939.

Fiecare candidat este obligat să se înscrie *la două din materiile clasei sale,* urmând a da, la fiecare, teză, iar în cazul ţinerii concursului în Bucureşti, şi oral.

Pentru unitatea pregătirii, se va publica în numărul din Noemvrie al revistei un program, conţinând materia pe care candidatul unei anume clase va trebui să o pregătească pentru obiectul la care e înscris.

Sub niciun motiv candidatul nu va fi scuzat de nepregătirea unor capitole trecute în programul clasei sale, pentru obiectul ales.

Cererile de înscriere se vor trimite direct de candidaţi Societăţii Gazeta Matematică, Calea Griviţei, 158, Bucureşti 2, în plicuri recomandate până cel mai târziu la 31 Decemvrie 1938.

Nu se primesc cereri trimise de părinţi, corespondenţi, profesori sau şcoli.

Cererile vor arăta neapărat, numerotate şi în ordinea arătată aci, următoarele date:

1. Numele şi pronumele, scrise clar.

2. Clasa sau anul pregătitor în care urmează candidatul. Pentru cei pregătiţi în particular se va arăta şcoala la care a urmat anul precedent sau în care a depus examenul de fine de an pentru clasa precedentă.

3. Adresa în timpul şcoalei şi în timpul vacanţei Paştilor pentru a se putea face comunicările şi înştiinţările necesare.

4. Dacă dispune de mijloace de a veni în Bucureşti, dacă are unde fi găzduit şi întreţinut aci în timpul concursului, sau dacă unul din aceste mijloace ar urma să fie procurat de Societatea *Gazeta Matematică.*

Dacă are nevoie de bani pentru drum va indica şi gara de unde va lua trenul pentru a veni în Bucureşti şi gara la care se întoarce după concurs.

5. Cele două materii la care se înscrie.

6. Activitatea sa la *Gazeta Matematică, Suplimentul cu exerciţii al Gazetei Matematice,* sau la alte reviste din ţară şi străinătate.

Candidaţii înscrişi la concurs, dacă din diferite motive nu se mai pot prezenta, sunt obligaţi să anunţe din timp.

Părăsirea sălilor de concurs înscris este interzisă înainte de predarea tezelor.

Se atrage atenţiunea că toate condiţiunile, pentru înscriere şi ţinerea concursului, trebuesc respectate cu toată exactitatea inerentă ştiinţelor matematice.

In numărul 6 din Martie 1939 al *Suplimentului cu exerciţii* se va publica modul de ţinere al concursului, localitatea, orele de prezentare şi numele candidaţilor admişi la concurs.

Numărul celor admişi va depinde de sacrificiile materiale ce se vor cere Societăţii *Gazeta Matematică*, pentru transportul, găzduirea şi întreţinerea candidaţilor şi de pregătirea pe care aceştia vor arăta-o în cererile ce vor face.

Candidaţii reuşiţi la concurs vor primi ulterior diplome, recompense, premii sau menţiuni. Primul care va reuşi la concurs, dintre elevii anului preparator de pe lângă Şcoala Politehnică „Regele Carol II“ din Bucureşti, va primi premiul «ANGHEL SALIGNY» (de 1000 lei) oferit de un membru al Societăţii noastre, iar primul reuşit dintre toţi candidaţii va primi premiul «LT.-COL. G. TĂNĂSESCU» în cărţi, în conformitate cu înştiinţarea făcută în acest număr la articolul: *Premii, burse şi publicaţii, din fondurile speciale ale Societăţii „Gazeta Matematică“*.

Comisiunea examinatoare se va compune din membrii Societăţii *Gazeta Matematică*, cari nu vor avea rude printre candidaţii admişi la concurs.

DELEGAŢIA SOCIETĂŢII.

EXERCIŢII REZOLVATE

Clasa III-a. *Exerc. 25. Un aliaj de aur şi aramă are greutatea 3,2 kg. şi titlul 0,8.*

Să se afle:

a) Cât aur trebue adăugat pentru ca titlul să devină 0,9?

b) Câtă aramă trebue adăugată pentru ca titlul să devină 0,7?

c) Cât aur trebue scos pentru ca titlul să devină 0,7?

d) Câtă aramă trebue scoasă pentru ca titlul să devină 0,9?

C. I. B.

a) Vom afla cantitatea de aur aflată în aliajul dat:

$3,2 \times 0,8 = 2,56$ kg., deci

$3,2 - 2,56 = 0,64$ kg. aramă sunt în aliajul dat.

Deoarece titlul noului aliaj este 0,9, în unitatea sa de greutate trebue să se afle 0,1 aramă şi cum în tot aliajul sunt 0,64 kg. aramă,

$0,64 : 0,1 = 6,4$ kg. reprezintă greutatea noului aliaj

$6,4 - 3,2 = 3,2$ kg. aur ce trebue adăugat.

b) In tot aliajul sunt 2,56 kg. aur, în unitatea de greutate 0,7, deci greutatea aliajului este

$$2,56 : 0,7 = 3,657 \text{ kg.}$$

Se adaugă deci aliajului iniţial

$$3,657 - 3,2 = 0,457 \text{ kg. aramă.}$$

c) Cantitatea de aramă este aceeaşi în aliajul iniţial şi în aliajul final, adică 0,64 kg. Dacă titlul este 0,7, în unitatea de greutate sunt 0,3 kg. aramă. Greutatea aliajului este deci:

$$0,64 : 0,3 = 2,133 \text{ kg.}$$

Diferenţa între greutatea aliajului iniţial şi a celui final este cantitatea de aur ce trebue scoasă. Deci:

$$3,2 - 2,133 = 1,067 \text{ kg. aur se scoate.}$$

d) Cantitatea de aur este aceeaşi în aliajul iniţial şi în aliajul final, adică 2,56 kg. In unitatea de greutate a aliajului final sunt 0,9 kg. aur. Deci:

$$2,56 : 0,9 = 2,844 \text{ kg.}$$

reprezintă greutatea aliajului final. Aflăm cantitatea de aramă ce trebue scoasă scăzând din greutatea aliajului iniţial, greutatea celui final:

$3,2 - 2,844$ 0,356 kg. aramă scoasă.

III. 33. Un trapez isoscel are un unghiu de 75° şi unghiul format de baza mare cu o diagonală de 15°. Baza mare fiind de 2 m, să se afle lungimea bazei mici, a înălţimii şi a diagonalei.

C. I. B.

Fie $\overline{BC}$ baza mare a trapezului, $\overline{AD}$ baza mică şi BD o diagonală. Vom construi un trapez A'B'C'D' asemenea cu trapezul ABCD, astfel: formăm triunghiul B'D'C' având:

$$\overline{B'C'} = 4 \text{ cm} \quad , \quad \sphericalangle D'B'C' = 15^0 \quad , \quad \sphericalangle D'C'B' = 75^0.$$

Prin D' ducem o dreaptă paralelă cu B'C', iar în B' o dreaptă care să facă un unghiu de 75^0 cu B'C'. Intâlnirea celor două drepte astfel construite este A'. Măsurăm baza mică *b*, înălţimea *h*, şi diagonala *d*, a trapezului A'B'C'D'.

Avem, din cauza asemănării

$$\frac{b}{AD} = \frac{h}{AE} = \frac{d}{BD} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{4}{200} = \frac{1}{50} \quad (AE \perp BC),$$

de unde deducem pe *b*, *h*, *d*.

III. 38. Din C *mijlocul unui segment* $\overline{AB} = a$ *se duce pe* AB *o perpendiculară* $\overline{CD} = h$. *Prin punctele* E *şi* F *de pe dreapta* AB, *astfel că* $\overline{AE} = \overline{BF}$ *(luate amândouă pe segmentul* AB *sau în afară) se duce dreptele perpendiculare pe* AB, D_1 *şi* D_2. *Apoi prin punctul* D *o dreaptă oarecare, care taie dreptele* D_1 *şi* D_2 *respectiv în* A_1 *şi* A_2 *de aceeaşi parte a dreptei* AB. *Să se arate că patrulaterul* AA_1A_2B *are arie constantă. Să se calculeze valoarea ei în cazul când:*

$$a = 14 \text{ cm.} \quad , \quad h = 5 \text{ cm.} \quad , \quad \overline{AE} = 3 \text{ cm.}$$

C. I. Ţ.

1°. Dacă punctele E şi F sunt pe segmentul AB.

$$A = \text{aria } AA_1A_2B = \text{aria } AEA_1 + \text{aria } EA_1A_2F + \text{ari } FA_2B$$

$$= \tfrac{1}{2}\,\overline{AE}\,.\,\overline{A_1E} + \tfrac{1}{2}\,\overline{EF}\,(\overline{A_1E} + \overline{A_2F}) + \tfrac{1}{2}\,\overline{BF}\,.\,\overline{A_2F},$$

însă

$$\overline{A_1E} + \overline{FA_2} = 2h \quad \text{şi} \quad \overline{AE} = \overline{BF},$$

deci:

$$A = \tfrac{1}{2}\,\overline{AE}\,.\,(\overline{A_1E} + \overline{A_2F}) + \tfrac{1}{2}\,\overline{EF}\,(\overline{A_1E} + \overline{A_2F})$$

$$= h(\overline{AE} + \overline{EF}) = h(a - AE) = \textit{constant.}$$

In cazul numeric $A = 55 \text{ cm}^2$.

2°. Dacă punctele E şi F sunt în afara segmentului AB.

$$A = \tfrac{1}{2}(\overline{EA} + \overline{AB} + \overline{BF}) \cdot (\overline{A_1E} + \overline{A_2F}) - \tfrac{1}{2} \cdot \overline{AE}(\overline{A_1E} + \overline{A_2F})$$

$$= \tfrac{1}{2}(\overline{AB} + 2\,\overline{AE}) \cdot 2h - \tfrac{1}{2}\,\overline{AE} \cdot h = h(a + \overline{AE}) = \textit{constant}.$$

In cazul numeric $A = 85$ cm^2.

Clasa IV-a. *Exerc. 330. Să se rezolve sistemul:*

$$3\frac{x-1}{x} + 5\frac{y+1}{y} = 13$$

$$7\frac{x-1}{x} - 2\frac{y+1}{y} = 3.$$

C. I. B.

Notăm:

$$\frac{x-1}{x} = z \quad , \quad \frac{y+1}{y} = v.$$

Sistemul se scrie

$$\begin{cases} 3z + 5v = 13 \\ 7z - 2v = 3 \end{cases}$$

şi rezolvând, găsim:

$$z = 1 \quad , \quad v = 2.$$

Deci:

$$\frac{x-1}{x} = 1,$$

de unde prin îndepărtarea numitorului

$$x - 1 = x.$$

Această egalitate nu este verificată pentru valori finite ale lui x; ea se verifică pentru $x = \infty$.

Din $\dfrac{y+1}{y} = 2$, deducem $y = 1$.

Deci soluţiile sistemului sunt:

$$x = \infty \quad , \quad y = 1.$$

Clasa V-a. *Exerc. 372. Să se rezolve inecuaţia.*

$$\frac{\frac{x-1}{2}+\frac{x-2}{3}}{\frac{x-3}{4}+\frac{x-5}{6}}>7.$$

C. I. B.

1°. Făcând operaţiile în primul membru, găsim:

$$\frac{10x-14}{5x-19}>7 \quad \text{sau} \quad \frac{10x-14}{5x-19}-7>0 \quad \therefore \quad \frac{-25x+119}{5x-19}>0.$$

O fracţie este pozitivă dacă numărătorul şi numitorul au acelaşi semn. Deci:

a) $\quad -25x+119>0 \quad , \quad 5x-19>0.$

Pentru prima $x<\frac{119}{25}$, pentru a doua $x>\frac{19}{5}$.

Cele două inegalităţi sunt satisfăcute deodată pentru

$$3\frac{4}{5}<x \quad <4\frac{19}{25}.$$

b) $\quad -25x+119<0 \quad , \quad 5x-19<0.$

Pentru prima $x>\frac{119}{25}$, pentru a doua $x<\frac{19}{5}$ şi nu există valori pentru x care să satisfacă deodată ambele inecuaţii.

2°. Cei mai mulţi corespondenţi au soluţionat problema astfel:

Au făcut operaţiile în membrul I, găsind

$$\frac{10x-14}{5x-19}>7$$

apoi au înmulţit în ambii membri cu $5x-19$, obţinând

(1) $\quad 10x-14>7(5x-19);$

s'a făcut în felul acesta implicit ipoteza $5x - 19 > 0$ pentru că numai înmulțind cu o cantitate pozitivă se păstrează sensul inegalității.

Corespondenții noștri au continuat soluționarea inegalității (1), fără a cerceta și ipoteza $5x - 19 < 0$, rezolvând astfel incomplet problema.

V. 374. Se dă ecuațiunea:

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

x_1 și x_2 fiind rădăcinile, să se calculeze expresiunea

$$\frac{\sqrt{1 - x_1} + \sqrt{1 - x_2}}{\sqrt{1 - x_1} - \sqrt{1 - x_2}}$$

fără a rezolva ecuațiunea.

C. I. B.

Să raționalizăm numitorul expresiunii:

$$= \frac{\sqrt{1 - x_1} + \sqrt{1 - x_2}}{\sqrt{1 - x_1} - \sqrt{1 - x_2}} = \frac{(\sqrt{1 - x_1} + \sqrt{1 - x_2})^2}{(\sqrt{1 - x_1} - \sqrt{1 - x_2})(\sqrt{1 - x_1} + \sqrt{1 - x_2})}$$

$$= \frac{2 - (x_1 + x_2) + 2\sqrt{1 - (x_1 + x_2) + x_1 x_2}}{x_2 - x_1}.$$

Și cum

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}, \quad x_2 - x_1 = \frac{\pm\sqrt{b^2 - 4ac}}{a},$$

$$E = \frac{2 + \frac{b}{a} + 2\sqrt{1 + \frac{b}{a} + \frac{c}{a}}}{\frac{\pm\sqrt{b^2 - 4ac}}{a}} = \frac{2a + b + 2\sqrt{a(a + b + c)}}{\pm\sqrt{b^2 - 4ac}}.$$

V. 410. Să se rezolve sistemul.

$$ax = by = cz$$

$$\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y} + \frac{1}{z^2} = \frac{1}{d}.$$

C. I. B.

Putem scrie :

$$\frac{a}{\frac{1}{x}} = \frac{b}{\frac{1}{y}} = \frac{c}{\frac{1}{z}} = \frac{1}{k}$$ (k este o valoare nedeterminată).

$\frac{1}{x} = ak$, $\frac{1}{y} = bk$, $\frac{1}{z} = ck$ şi înlocuind în ultima ecuaţiune,

$$d(a^2 + c)k^2 - bdk - 1 = 0.$$

Se rezolvă această ecuaţiune de gradul II în k, apoi deducem valorile lui x, y, z.

V. 419. Un triunghiu ABC *are latura* $\overline{AB} = 2a$ *şi unghiul* B *de* 60^0. *Să se determine raza unui cerc ce trece prin vârfurile* A, B *şi este tangent în* B *laturii* BC; *apoi să se afle aria segmentului de cerc limitat de* AB.

C. I. B.

Fie O centrul cercului, D mijlocul segmentului AB. Triunghiul OBD, dreptunghiu în D, are unghiul B de 30^0 şi $\overline{BD} = a$. $\overline{OB}$ este diametrul cercului OBD, OD care corespunde arcului OD de 60^0 (pentru că măsura arcului OD este jumătate din măsura unghiului OBD) este latura exagonului regulat înscris în cerc, iar $\overline{BD} = a$ este latura triunghiului echilateral înscris în cerc. Deci $\frac{1}{2}\overline{OB}$ = raza cercului OBD este

$$\frac{a}{\sqrt{3}}\ ;\ \overline{OB} = \frac{2\sqrt{3}}{3}\ .$$

Clasa VI-a. *Exerc. 399. Se dă o dreaptă* xy *şi două puncte* A, B *depărtate de dreaptă cu 5 m şi 9 m. Depărtarea între puncte este de 5 m. Să se afle cea mai mică valoare a sumei* $\overline{AM} + \overline{MB}$, M *fiind pe dreaptă.*

C. I. B.

Punctele A şi B se află de aceeaşi parte a dreptei xy, pentru că depărtarea dintre ele este mai mică decât depărtarea punctului B la xy. Fie B' simetricul punctului B faţă cu xy,

$$\overline{AM} + \overline{MB} = \overline{AM} + \overline{MB'} > \overline{AB'}.$$

(Inegalitatea rezultând din triunghiul AMB'). Dacă notăm M_0 intersecţia dreptelor xy, AB' rezultă că

$$\overline{AB'} = \overline{AM_0} + \overline{M_0B'} = \overline{AM_0} + \overline{M_0B}$$

reprezintă minimul căutat. Să calculăm deci lungimea $\overline{AB'}$. D fiind proiecţia lui A pe BB',

$$\overline{AD}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BD}^2 = 25 - 16 = 9 \quad \therefore \quad \overline{AD} = 3.$$

$$\overline{AB'}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{DB'}^2 = 9 + 196 = 205. \quad \overline{AB'} = \sqrt{205}.$$

Până la 5 Septemvrie s'au primit soluţiuni bune pentru exerciţiile publicate în numerele 7, 8 şi 9 dela[1]):

Liceul de fete „Carmen Sylva" Bucureşti.

Clasa III-a: Georgescu I. Georgeta (III: 27*, 32), Popescu Adina (III: 26*), Zilber Kaspy Mira (III: 26, 7*, 8). — *Clasa IV-a:* Georgescu Liliana (IV: 324*), Vasilescu O. Alexandrina (IV: 349, 50, 7, 8, 60, 1). — *Clasa V-a:* Vasiliu C. Margareta (V: 368, 9, 89, 400, 9*, 10*, 7, 8, 21, 2). — *Clasa VII-a:* Ene Eugenia (VII: 319, 24*, 5*, 8, 9, 31, 2, 3, 6*, 41, 2, 3, 4*, 5*, 6, 7, 50*, 1*, 2*, 3*, 4*, 5, T. c.: 153).

Şcoala Centrală „Marica Brâncoveanu" Bucureşti.

Clasa IV-a: Popescu I. Marilena (IV: 332*, 6, 8, 44, 54, 7, 60, 1, T. c.: 139), Pungoci Elena (IV: 319*). — *Clasa V-a:* Lăduncă S. Gabriela (V: 392). — *Clasa VIII-a:* Romaşcan G. Georgeta (VIII: 230, 42).

Institutul de fete „Pompilian" Bucureşti.

Clasa IV-a: Nestorescu V. Maria (IV: 329). — *Clasa V-a:* Marinescu S. Rodica (V: 356), Predoleanu Lia (V: 409, 10), Teodorescu Nina (V: 358, VI: 386*). — *Clasa VIII-a:* Bercovici I. Lia (VIII: 237, 47, 9), Güther M. Bertha (VIII: 224, 5, 9, 37, 47), Netzler Joseta (VIII: 229, 34*, 7), Topoleansky Eva (VIII: 236, 7, 9, 40, 9).

---

1) Semnul * însoţeşte numărul unui exerciţiu rezolvat foarte bine.

Liceul de fete „Regina Maria“ Bucureşti.

Clasa IV-a: Baicu Graziella (IV: 329). — *Clasa V-a:* Gereanu C. Eugenia (V: 368).

Institutul Ortodox Internat Bucureşti.

Clasa VI-a: Plăviţescu Clementa (VI: 369*, 70, 2*, 3, 83, 4, 6).

Liceul „Domniţa Ileana“ Bucureşti.

Clasa IV-a; Bogdan Geta (IV: 333, 6, 8, 57, 61) — *Clasa V-a:* Damian C. Beatrice (V: 356).

Liceul de fete „Aurel Vlaicu“ Bucureşti.

Clasa IV-a: Dan Georgeta (IV: 327, 31, 3), Nicolae M. Lucia (IV: 329).

Liceul „Iulia Hajdeu“ Bucureşti.

Clasa IV-a: Marinescu Maria (IV: 417, 8, 20). — *Clasa V-a:* Iorga I. Aneta (V: 357, 60).

Liceul de fete Bacău.

Clasa VI-a: Papadopol D. Elena (VI: 378, 91*, VIII: 241, 57*).

Liceul „Principesa Elena“ Braşov.

Clasa VI-a: Istrate I. Ileana (T. c.: 137).

Liceul de fete Caracal.

Clasa V-a: Ştefănescu V. Florica (V: 400*, 11*, 21, T. c.: 161).

Liceul Ortodox „Elena Doamna“ Cernăuţi.

Clasa III-a: Strugariu S. Dorina (III: 41, 2, 3, 4). — *Clasa VI-a:* Cerlincă Nineta (VI: 374*, 5*).

Liceul „Regina Maria“ Chişinău.

Clasa VII-a: Domoncoş I. Victoria (VII: 280, 328, 31, 92).

Liceul „Regina Maria“ Cluj.

Clasa IV-a: Chirilă Petronela (IV: 331), Nimberger Marta (IV: 328).

Liceul „Elena Cuza“ Craiova.

Clasa IV-a: Cetate Feldioara (IV: 328, 9).

Liceul de fete Focşani.

Clasa VIII-a: Ştefanovici Maria (VIII: 234).

Liceul „Oltea Doamna“ Iași.

Clasa IV-a : Bremer Roșca (IV : 328, 9), Brânzan G. Semizaliana (IV : 326*, 9), Constantinescu N. Brândușa (IV : 327), Rotaru T. Iuliana (IV : 342*).

Liceul „Notre Dame de Sion“ Iași.

Clasa V-a : Perelman Jaunive (V : 368).

Liceul de fete Râmnicu Vâlcea.

Clasa V-a : Iacobici Maria (V : 368).

Liceul „Carabella“ Târgoviște.

Clasa V-a : Leuco I. Elena (V : 377, 8, 81, 3, 7, 8, 9, 92, 400, 2, 3. 9, 10, VI : 356, 8, 89, 90, 1, 5. 6, 8. T. c. : 139).

Liceul „Gh. Lazăr“ București.

Clasa IV-a : Ghimuș A. D. (IV : 324, 49, 51, 7, 8, 9*, 60, 1, V : 418*, 20*), Iliescu-Brânceni C. (IV : 326, T. c. : 137). Iovescu I. (IV : 324, T. c. 132), Machedon D. A. (IV : 343, 57, 61). Seni C. (IV : 328, 9). — *Clasa V-a :* Friedman C. B. (VI : 376, VII : 328, 44), Petrescu I. I. (V : 376, 7*, 8, 88, 90, 1, 2*, 9, 400, 1, 2, 3, 15, 7*, 8*, 9, 20, 1, 2, VI : 323, 69, 70, 4, 6, 8, 9, 81*, 4, 6, 7, 90, 1, 6*, 7, 8*, 405, 8, 9, 10, 1, 2, VII : 328*, 9*, 31*, 3*, 6, 50, 3, VIII : 237*, 8*, 40, 3*, 7*, 9*, 54*, T. c. : 140, 57). — *Clasa VII-a :* Eftimie D. C. (VII : 329, 36*, 50, 3, 5, VIII : 242, T. c. : 139, 47), Ionescu V. G. (VII : 316, 7, 31, 55).

Liceul „Mihai Viteazul“ București.

Clasa IV-a : Ghercu T. (IV : 324), Predoleanu E. N. (IV : 324, 5, 7, 31, 8, 43), Trestianu N. S. (IV : 332). — *Clasa V-a :* Antonescu N. G. (V : 368), Beno S. M. (V : 402, 11, 2, 3, VI : 384*), Niculescu I. S. (V : 387), Pelecudi S. C. (V : 376, 90, VI : 384. T. c. : 139), Posmantir S. H. (V : 396). — *Clasa VI-a :* Nicolescu T. (VI : 369*, 73*, 84, 5).

Liceul „Spiru Haret“ București.

Clasa IV-a : Löbel S. M. (IV : 344), Marian P. P. (IV : 329), Opreanu Z. (IV : 325), Popescu-Necșești A. (IV : 324, 5, 6, 9), Popescu P. M. (IV : 327). — *Clasa VI-a :* Grigoriu A. C. (VI : 402), Guralivu S. E. (VI : 370, 85), Racoviceanu G. V. (VI : 380*, 1*). — *Clasa VII-a :* Cernovodeanu I. I. (VII : 337).

Colegiul Național „Sf. Sava“ București.

Clasa IV-a : Pastia C. (IV : 327, 8, 9). — *Clasa V-a :* Condrus Gr. (V : 368), Gheorghiadi G. (V : 368, 89, 90, 1), Ialonta I. F. (V : 369), Peternelli S. P. (V : 368). — *Clasa VI-a :* Ciurescu I. F. (VI : 417, 8, 20, 1, 2). — *Clasa VII-a :* Jicmon A. S. (VII : 329).

Liceul „Mihail Eminescu" Bucureşti.

Clasa IV-a: Aron I. G. (IV: 328, 9). — *Clasa VI-a:* Costescu G. I. (VI: 382, 4), Leibovici S. (VI: 373, 8, 86, 91, 5, T. c.: 132).

Liceul „G. Şincai" Bucureşti.

Clasa III-a: Constantinescu I. E. (III: 26*, 7*, 8, 9, 30, 1, 2, 3, 6, 8). — *Clasa IV-a:* Bărbulescu N. T. (IV: 333, 6). — *Clasa VII-a:* Cetăţeanu I. St. (VII: 316, 7*, 28, 30, 1*, 3, 6*, VIII: 232, 9, 51, T. c.: 132, 3, 7, 8*, 9, 40, 7, 53, 4, 5, 6, 7), Nissim I. (VII: 316, 7*, 28, 9, 31, 2, 3*, 6, 41, 2, 4, 5, 50, 1, 2, 3, 4, 5, T. c.: 154, 5).

Liceul „Aurel Vlaicu" Bucureşti.

Clasa IV-a: Dumitrescu E. R. (IV: 329, 33*, 6*, 7*, 8*), Mănescu G. I. (IV: 342*, 4, 50, 8, 60, 1).

Liceul „Matei Basarab" Bucureşti.

Clasa VIII-a: Şaichin O. A. (VIII: 250).

Institutul „Schewitz Thierrin" Bucureşti.

Clasa V-a: Mărgărit I. N. (V: 387, 8, 90, 1, 2, 9, 401, 2, 17, 8, 9, 20, 1, T. c.: 139, 40, 1, 7).

Liceul „Sf. Iosif" Bucureşti.

Clasa V-a: Vasilescu P. I. (V: 412, 7*, 8*, 21).

Liceul „Sf. Andrei" Bucureşti.

Clasa IV-a: Ganea M. M. (IV: 324, 5, 6, 7, 9, 31, 3, 6, 7, 42, 4, 5, 6, 8, 9, 50, 1, 9, 60, 1).

Liceul „Profesorii Asociaţi" Bucureşti.

Clasa V-a: Marcusohn O. (V: 393, 412).

Liceul „Libros" Bucureşti.

Clasa VII-a: Segal J. (VII: 329, 37, VIII: 247, 8*, 53, 7).

Liceul „Marele Voevod Mihai" Bucureşti.

Clasa VII-a: Michelson L. (VII: 310).

Liceul „Mihai Viteazul" Alba-Iulia".

Clasa VI-a: Vasilescu-Ştabu A. M. (VI: 369*, 77, 81*, 2*, 3*, 4, 5, 7*, 9, 90*, 1*, 2, 6*, 7*, 9*, 400*, 1, 2, 4, 5, 7, 8*, 9*, 10*, 1*, VII: 319, 47*, VIII: 230, 2, 6*, T. c.: 132, 3, 8, 40, 7, 54*, 5*, 6*, 7*, 9*, 61*).

Liceul „Moise Nicoară" Arad.

Clasa IV-a: Cristea V. (IV : 324), Crucean G. (IV : 324), Rișcuția M. C. (IV : 329, 31). — *Clasa V-a:* Gligor N. I. (V : 387, 8, 9, 90, 2*, 3, 9, 400*, 17, 8, 21, 2, VI : 384, T. c.: 112*, 3, 6*, 7*, 8, 132, 9, 40, 7, 53), Luca I. I. (V : 369*, 85, 93, 400, VIII : 222), Mihăileanu A. (V : 368), Popp I. V. (V : 363*, 7, 9*, 400*, 2, 9, 15, 6, 7, 8, 9, 20, 1, 2). — *Clasa VII-a:* Pribac G. G. (T. c.: 132).

Liceul „Codreanu" Bârlad.

Clasa VII-a: Demetrescu I. D. (VII : 319*, 20).

Liceul „Samuil Vulcan" Beiuș.

Clasa VII-a: Jidanu I. C. (VII : 347*, 50*, 1*, 3*, VIII : 257*, T. c.: 147, 59).

Liceul „Sf. Vasile" Blaj.

Clasa IV-a: Nemeș P. E. (IV : 326), Pop O. E. (IV : 332*, 7*), Veseli P. E. (IV : 329). — *Clasa V-a:* Berghezan I. I. (V : 357, 60). — *Clasa VI-a:* Cristea I. N. (VI : 344, 67, 73, 7, 8, 9, 83, 7*, 91), Isăilă V. N. (VI : 344, T. c.: 140).

Liceul „Dr. I. Meșotă" Brașov.

Clasa IV-a: Halmagiu A. M. (IV : 357, 61), Ulescu St. (IV : 324, 5).

Liceul „Andrei Șaguna" Brașov.

Clasa IV-a: Neteu S. A. (IV : 329, 31*, 6*, 8*, 43, 60*). — *Clasa VII-a:* Cojanu G. A. (VII : 330, 3, T. c.: 134, 5*), Mihăilescu N. M. (VII : 329).

Liceul „N. Bălcescu" Brăila.

Clasa VI-a: Dragu F. (VI : 369), Pascu I. L. (VI : 384, 96, 408), Trefilov M. (VI : 384). — *Clasa VII-a:* Enăceanu P. Al. (VII : 310, 15, 28, 33).

Liceul „B. P. Hajdeu" Buzău.

Clasa V-a: Nicolau C. (V : 383).

Liceul „Știrbei Vodă" Călărași.

Clasa V-a: Lascu A. I. (V : 384, 6), Rădulescu V. M. (V : 387, 8, 90, 418). — *Clasa VII-a:* Stănescu N. O. (VIII : 249).

Liceul „Ioniță Asan" Caracal.

Clasa IV-a: Musceleanu S. I. (IV : 324, 6, 31, 4, 6, 7, 8, 9, 43, 60, 1, V : 420), Musceleanu S. V. (IV : 332*, 3, 42*, 4, 9, 50, 1). — *Clasa V-a:* Lungu St. N. (V : 382).

Liceul „Aron Pumnul“ Cernăuți.

Clasa VI-a: Sbiera M. A. (VI: 401, 7, 10, 1).

Liceul militar „Ștefan cel Mare“ Cernăuți.

Clasa IV-a: Adam I. N. (IV: 329), Andreescu N. G. (IV: 327, 9, 36, 7, 8, 9, 60, 1), Caulea V. A. (IV: 329), Cojocea I. G. (IV: 327, 8, 9), Diaconescu V. C. (IV: 324, 7, 8, 37), Gheorghe I. M. (IV: 325, 7, 8, 9, 33, 6, 7, V: 378), Nedelea F. I. (IV: 327, 8, 9), Nicolau V. F. (IV: 327, 8), Petrescu D. M. (IV: 329), Ștefănescu T. (IV: 329), Topârceanu I. G. (IV: 327, 8, 9, 38, 51). — *Clasa V-a:* Fedoreac M. O. (V: 379, 81, 4), Ionescu N. C. (V: 381). — *Clasa VI-a:* Bărbieru V. (VI: 378, 9, 84). Botez T. (VII: 376, 85, T. c.: 140), Cișmigiu I. M. (VI: 376, 7), Cotulbea C. (VI: 376, 7, 8, 9, 84, T. c.: 139, 40), Dovgan V. G. (VI: 377), Gviazdomorschy R. (VI: 384), Iancu-lescu A. (VI: 376, 84), Melinte I. (VI: 384), Suliteanu C. C. (VI: 377, 8, 9, T. c.: 139, 40). — *Clasa VIII-a:* Boian E. (VIII: 249, T. c.: 147, 50), Botez E. (VIII: 251).

Liceul „B. P. Hajdeu“ Chișinău“.

Clasa VI-a: Covan S. I. (VI: 376, 8, 83, 5).

Liceul militar „Regele Ferdinand I“ Chișinău.

Clasa IV-a: Botez D. R. (V: 393). Cristea I. C. (IV: 327, 8, 9, 43, 9, 50, 8, 9, 60, 1), Grătianu R. (IV: 327, 9), Harea V. (IV: 361). Pacioglu C. (IV: 327, 8, 9), Pădure M. (IV: 327, 8, 9), Vlad I. H. (IV: 327, 8, 9, 43, 9). — *Clasa V-a:* Ionescu C. (V: 393), Sandu T. A. (V: 393). — *Clasa VI-a:* Vașuta P. P. (VI: 384, 90. 7).

Liceul „Gh. Barițiu“ Cluj.

Clasa IV-a: Botta A. A. (IV: 327), Salvan V. V. (IV: 329). — *Clasa VI-a:* Richter S. A. (VI: 389, 90, 6, 7).

Seminarul Pedagogic Universitar Cluj.

Clasa IV-a: Lucaciu A. P. (IV: 333). — *Clasa VII-a:* Popescu T. (VII: 329).

Liceul Frații Buzești“ Craiova.

Clasa VI-a: Marian M. I. (VI: 366*).

Liceul militar „D. A. Sturdza“ Craiova.

Clasa III-a: Popescu S. M. (III: 30), Bărbuceanu V. V. (IV: 327). — *Clasa IV-a:* Ceaușu V. (IV: 325), Cercel C. (IV: 329), Cioc I. M. (IV. 329),

Danielescu G. (IV : 327, 8), Dobrescu P. (IV : 325, 9), Drăgan S. Z. (IV : 328), Dunăreanu O. (IV : 325, 6), Marinescu M. (IV. 329), Mateescu B. C. (IV : 325, 8, 9), Morait R. (IV : 325, 9), Paşoiu N. D. (VI : 328, 9), Popescu V. (IV : 325, 9), Savin D. R. (IV : 329), Tuţă-Steluţă I. (IV : 325, 8), Zaharia S. (IV : 325, 8).

Liceul „Ion Maiorescu" Giurgiu.

Clasa VI-a : Doscan G. A. (VI : 397), Cherţman M. (VI : 402, T. c. : 138, 9, 40, 7), Văduva F. M. (VI : 376, 8, 9*).

Liceul „Naţional" Iaşi.

Clasa IV-a : Borenstein M. (IV : 328), Buchman D. (IV : 324), Damaschin C. (IV : 329), Dan M. O. (IV : 328, 9), Feclsman L. (IV : 328), Fischer I. (IV : 326), Fişman L. (IV : 329, 97), Gollingler G. (IV : 328), Greberg S. (IV : 329), Ideglesler I. M. (IV : 327, 8, 9), Ihleinstern B. (IV : 328), Ionescu C. P. (IV . 328, 9), Maicovici D. (IV : 327, 8, 9), Pitu M. (IV : 328), Raischer O. (IV : 327, 8), Taifun I. E. (IV : 328), Wechsler M. (IV : 343). — *Clasa V-a :* Isăcescu N. A. (V : 388, 9, 90, 417, 8, 20, 1, VII : 351, 2). — *Clasa VI-a ;* Alterescu R. (VI : 384), Berneagă A. (VI : 370), Blimes H. (VI : 370), Cănilă D. (VI : 369, 84), Cars C. (VI : 369), Dodon D. I. (VI : 370, 85, 9, 91, 410, 1, T. c. : 137), Feldman H. (VI : 384), Frühling S. (VI : 384), Iacovachi N. (VI : 384), Korn C. (VI : 384), Koropitzer I. (VI : 384), Krebs L. (VI : 384), Mateescu S. (VI : 384) : Nacu M. (VI : 384), Nagler Ţ. (VI : 384), Rollea C. N. (VI : 370, 84, 5, T. c. : 137), Rollea C. V. (VI : 369, 84, 91, 400, 7, 8, 10, 11, T. c. : 137, 56), Rosenfeld P. (VI : 369, 84), Rosenrauch F. (VI : 384, 9), Spigler M. (VI : 370), Schönberg H. (VI : 384), Schreibman S. S. (VI : 369, 70, 8, 9, 84, 91), Weinstein A. (VI : 384).

Liceul Internat „C. Negruzzi" Iaşi.

Clasa IV-a : Ilarian A. F. (V : 342*, 53, 7, 8, 9, 60, 1, V : 418, 20, 1, T. c. : 156). — *Clasa V-a :* Barbaiani A. I. (V : 356, 60, 75, 6, 7, 8, 9*, 83, 7, 8, 9, 90, 1, 5*, 6, 409, 10, 1, 2, 7, 8, 9, 20, 1, 2, VI : 384, 403, 9, T. c. : 139, 40, 50, 9).

Seminarul Pedagogic Universitar Iaşi.

Clasa VI-a : Simon S. I. (VI : 376), Weiss I. M. (VI : 376, 7, 9, 85, T. c. : 139).

Liceul militar „General Makarovici" Iaşi.

Clasa III-a : Puchin T. G. (III : 26). — *Clasa IV-a :* Bogdan G. (IV : 329, 33, 7, 43, 9, 51), Carp C. M. (IV : 329), Costică D. P. (IV : 325, 9, 43, 9, 50), Dărângă V. E. (IV : 329), Drăghicescu P. P. (IV : 327, 9, 42, 3, 50),

Grădinescu E. (IV: 343, 9, 50), Iacomi D. M. (IV: 332, 7, 8, 9, 49), Ivan C. Z. (IV: 332, 7, 8, 9, 49), Jipa C. N. (IV: 329, 42, 3, 9, 50), Popa N. A. (IV: 333, 43, 9, 50), Popovici O. M. (IV: 337, 8, 43). — *Clasa V-a:* Bârzu G. V. (V: 368, 75, 7, 8, 82*, 4, 93, 6, 403, 4*, 9*, 10, T. c.: 139, 40), Brotea T. G. (V: 381, 417, 8, 9, T. c.: 133). — *Clasa VI-a:* Cârdeiu D. G. (VI: 378, 84, 6*, 7, 9, 95, 6, 7), Crăciun I. I. (VI: 377, 8, 9, 97), Gheorghiu P. P. (VI: 377, 8, 84, 9, 91, 5, 6, 7, 9), Jiletcovici Al. (VI: 374, 84, 9, 91, 6, 7, 9), Naforniță D. D. (VI: 341, 84, 6, 95, 6, 400, 8, 10), Paraschiv D. C. (VI: 386*), Pascaru I. C. (VI: 384, 7, 9, 95, 6, 7, T. c.: 148*), Petrescu S. (VI: 384), Petrescu V. A. (VI: 389, 94, 5, 6, 9, T. c.: 148*), Rohr I. Al. (VI: 376, 8, 9). — *Clasa VIII-a:* Bârcă G. G. (VIII: 237, 47, 9), Popovici I. V. (VIII: 249, T. c.: 147).

Liceul militar „N. Filipescu" Mânăstirea Dealu.

Clasa IV-a: Aldea V. V. (IV: 327, 8, 9), Arendt E. (IV: 328, 9), Bărbuneanu P. (IV: 329), Dimitriu P. O. (IV: 329), Floreșteanu Al. (IV: 327, 9), Popescu I. M. (IV: 324, 7), Schmidt P. (IV: 329), Vasilescu M. B. (IV: 328). — *Clasa V-a:* Bârlea-Suhățeanu G. V. (V: 384, 5, 6, 409, 10, 5, 6, 7, 8, 9, 20, 1, 2). — *Clasa VI-a:* Andrievici N. (VI: 355*, 84, 7, VII: 331*, VIII: 232, 9, T. c.: 133), Diaconescu M. (VI: 355*, 67*, 70, 1*, 3, 4, 5, VIII: 230*, 2, T. c.: 132, 3), Staicu I. N. (VI: 355, 69, 70, 84), Stoenescu D. M. (VI: 370, 4, 6, 84).

Liceul „E. Go du" Oradea.

Clasa IV-a: Florescu V. G. (IV: 324).

Liceul „Mihail Eminescu" Satu Mare.

Clasa V-a: Zabvits A. A. (V: 376, 7).

Liceul „Tudor Vladimirescu" Târgu-Jiu.

Clasa VI-a: Pănoiu A. I. (VI: 351, 85).

Liceul militar „Mihai Viteazul" Târgu-Mureș.

Clasa III-a: Boulescu M. V. (III: 22), Pântea P. T. (III: 31, IV: 336, 8, T. c.: 139). — *Clasa IV-a:* Amăriuței V. C. (IV: 325, 9), Andronescu D. (IV: 329), Bălan V. I. (IV: 327, 9), Brânduș G. V. (IV: 328), Crișan I. (IV: 342, 4, 51), Hrisafi C. I. (IV: 329), Munteanu I. (IV: 328), Rafiroiu R. (IV: 327, 9, 44), Rădulescu T. I. (IV: 327), Tomuța G. I. (IV: 343, 4, 51), Zaharia V. G. (IV: 327, 8, 9, 43, 4, 51), Zamfirescu C. I. (IV: 329). — *Clasa VI-a:* Mihăilescu D. D. (VI: 367), Topolescu G. (VI: 369, 78, 9, 84, 6, 96, 7, T. c.: 140).

Liceul „D. A. Sturdza" Tecuci.

Clasa IV-a: Andonie S. I. (IV: 342*, 4, 5, 6, 8, 9, 51).

Liceul „C. Diaconovici Loga“ Timişoara.

Clasa IV-a: Abelsberg A. A. (IV: 350). — *Clasa V-a:* Bakony C. (V: 356, 68, 84, 5, 8, 9, 91, 2, 400, 1, 11, 6, 7, 8, 20, 1, 2, VI: 401, 11, VIII: 232, 41, 9, 57, T. c.: 130, 4, 5, 7, 40, 4, 7, 50, 5, 6, 9, 61).

Gimnaziul „Vicenţiu Babeş“ Timişoara.

Clasa IV-a: Novac P. L. (IV: 329), Popescu G. (IV: 329).

Liceul „Sf. Haralambie“ Turnu-Măgurele.

Clasa IV-a: Pârvănescu F. (IV: 327, 9), Petrescu T. (IV: 329), Popescu P. (IV: 325). — *Clasa V-a:* Stănculescu G. E. (V: 368, 78, 9*, 87, 8, 9, 93, T. c.: 132, 40).

Liceul „Traian“ Turnu-Severin.

Clasa III-a: Curcă M. I. (III: 29, IV: 329). — *Clasa V-a:* Neagu G. A. (V: 394, 400, 21, T. c.: 155). — *Clasa VII-a:* Diaconescu D. I. (VII: 350, 3, T. c.: 137), Gheorghinescu D. R. (VII: 328, 33, 7, 9, 41), Mihăilescu M. (VII: 319, 20).

S'au primit două soluţiuni la exerciţiile 401 şi 403 pentru clasa V-a, semnătura de sub soluţiune este cu altă caligrafie şi cu altă cerneală decât soluţiunea. Nu ţinem seamă de astfel de soluţiuni. Fiecare corespondent trebue să-şi scrie singur soluţiunea şi să o semneze clar.

EXERCIŢII PROPUSE

Soluţiile exerciţiilor propuse în acest număr se primesc până la 1 Ianuarie 1939

Clasa III-a. *Exerc. 46.* Ce sumă a avut cineva, dacă după ce a cheltuit $\frac{2}{5}$ şi încă $\frac{2}{5}$ din rest, i-a rămas 900 lei?

N. M.

III. 47. Se construesc unghiurile XOY şi UOV egale având vârful comun O (laturile OY şi OU sunt interioare unghiului XOV). Pe OY şi OU se iau respectiv segmentele OA şi OB egale, apoi se

notează cu C şi D picioarele perpendicularelor duse din A pe OV şi din B pe OX.

1°. Să se arate că $\overline{AC} = \overline{BD}$.

2°. Să se demonstreze că figura ABCD este trapez isoscel.

G. D. S.

III. 48. Să se construiască numai cu rigla şi compasul un triunghiu dreptunghiu care să aibă aceeaşi arie cu triunghiul ABC ($\overline{AB} = 5$ cm, $\overline{AC} = 4$ cm, $\overline{BC} = 3{,}5$ cm).

C. I. B.

III. 49. Pe o paralelă cu segmentul $\overline{AD}$ construiţi două puncte B, C, astfel ca unghiurile ABD şi ACD să fie egale.

1°. Să arătaţi că în acest caz trapezul ABCD este un trapez isoscel.

2°. Ce condiţie trebue să îndeplinească paralela dată la $\overline{AD}$, pentru ca unghiurile egale ABD şi ACD să poată să fie unghiuri drepte.

3°. In ce caz trapezul se reduce la un triunghiu.

4°. Ce proprietate particulară are trapezul ABCD când laturile neparalele sunt egale cu baza mică.

5°. In cazu când unghiurile ABD şi ACD sunt drepte, este posibil ca ABCD să aibă toate laturile egale?

6°. Dacă distanţa paralelei BC la AD este egală cu AD, în ce caz toate laturile lui ABCD sunt egale?

O. N. Ţ.

III. 50. Fie un cerc O şi un diametru al său $\overline{AB}$. Construiţi tangenta $\overline{AC}$ la cercul O egală cu diametrul lui. Dreapta CB taie cercul în D, iar F fiind mijlocul segmentului $\overline{AD}$, dreapta CF taie diametrul AB în G, iar cercul O a doua oară în punctul E. Arătaţi că $\overline{EG}$ este jumătate din $\overline{CG}$. Apoi deduceţi un mijloc pentru împărţirea unui segment de dreaptă în trei părţi egale, numai cu rigla şi compasul.

O. N. Ţ.

Clasa IV-a. *Exerc. 362.* Să se verifice cu aproximația de 0,001,

$$\sqrt{5+\frac{3}{2}\sqrt{11}}-\sqrt{5-\frac{3}{2}\sqrt{11}}=3.$$

$$\sqrt{10+8\sqrt{\frac{3}{2}}}-\sqrt{10-8\sqrt{\frac{3}{2}}}=4.$$

$$\sqrt{17+\frac{5}{8}\sqrt{43}}-\sqrt{17-\frac{5}{8}\sqrt{43}}=5.$$

C. I. Ț.

IV. 363. Fie:

$$x=\left(+\frac{2}{3}\right)\times\left(+\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{5}{12}\right)\times(-1),$$

$$y=\left(+\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{5}{12}\right)\times\left(+\frac{2}{3}\right)\times(-1).$$

$$z=\left(-\frac{5}{12}\right)\times\left(+\frac{2}{3}\right)\times\left(+\frac{3}{4}\right)\times(-1).$$

Avem:

$$xy+yz+zx=-4\times\left(+\frac{2}{3}\right)\times\left(+\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{5}{12}\right)\times(-1).$$

N. M.

IV. 364. Să se calculeze valoarea numerică a expresiei:

$$E=\frac{1-ab}{c(c-a)(c-b)}+\frac{1-bc}{a(a-b)(a-c)}+\frac{1-ac}{b(b-a)(b-c)},$$

pentru

$$a=-\frac{1}{2}\ ,\quad b=-\frac{1}{3}\ ,\quad c=-\frac{1}{4}.$$

GH. D.

IV. 365. Un cerc O are raza $R=10\sqrt{2}$ m. In el este înscris triunghiul isoscel ABC ($\overline{AB}=\overline{AC}$), astfel că $\hat{B}=56^{0}15'$.

Să se calculeze laturile triunghiului ABC și înălțimile.

GH. D.

IV. 366. Fie $\overline{AD} = +2+\sqrt{2}$ înălțimea triunghiului dreptunghiu ABC ; $\overline{CD} = +2\sqrt{2}-1$, $\overline{BF} = 30\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{9-4\sqrt{2}}}$ ($\overline{BF}$ fiind un segment luat pe perpendiculara ridicată în B pe BC). Să se calculeze lungimea segmentului $\overline{CF}$.

C. I. B.

IV. 367. Un cerc având raza de $2+\sqrt{3}$ m. este tangent în A dreptei AT. Fie B punctul diametral opus lui A. Cercul se rostogolește, fără a aluneca pe dreapta AT până când B atinge dreapta AT în C. Se cere lungimea $\overline{BC}$.

C. I. B.

IV. 368. Să se afle valoarea numerică a expresiunii algebrice:

$$E \equiv \frac{1}{a^5 b^4} \cdot \frac{(a+b-7c)^{n+10} - \left(a - \frac{7}{4} + \frac{27}{4}c\right)^{n+5}}{(-2a+2b-4c)^{n+6} - \left(-4a + \frac{7}{4}b + \frac{17}{4}c\right)^{n+5}}$$

pentru

$$a = +\frac{1}{5} \ , \ b = +\frac{1}{3} \ , \ c = +\frac{1}{15},$$

n fiind un număr întreg (pozitiv) oarecare.

O. N. Ț.

IV. 369. Fie o axă $x'x$, o origine O și unitatea aleasă cât o jumătate de centimetru. Să se reprezinte numărul:

$$+2+3\sqrt{1+2^2}-2\sqrt{1+2^2+3^2+5^2+\sqrt{4^2+5^2+6^2+7^2}}.$$

O. N. Ț.

IV. 370. Fie ABCD un trapez, în care unghiurile diagonalelor AC și BD respectiv cu laturile neparalele CD și BA sunt drepte; I punctul de întâlnire al diagonalelor, M proiecțiunea lui I pe baza mare AD. Să se stabilească relația:

$$\overline{IM} = \frac{\overline{AD}\,(\overline{AD}+\overline{BC})\,(\overline{AD}-\overline{BC})}{8S},$$

unde S este aria trapezului.

O. N. Ț.

IV. 371. Fie un patrulater oarecare având diagonalele egale. Fie BB_1, CC_1 perpendicularele duse din vârfurile laturii BC pe latura opusă AD; CC_2, DD_2 perpendicularele duse pe AB; DD_1, AA_1 perpendicularele pe BC; AA_2, BB_2 perpendicularele pe CD. S fiind aria patrulaterului, avem relația:

$$S = \frac{1}{4}\sqrt{(BB_1 + CC_1)(CC_2 + DD_2)(DD_1 + AA_1)(AA_2 + BB_2)}.$$

O. N. Ț.

Clasa V-a. *Exerc. 423.* Să se stabilească identitatea:

$$[mx + n(y+z)]^3 + [my + n(z+x)]^3 + [mz + n(x+y)]^3 + 3[2nx + (m+n)(y+z)][2ny + (m+n)(z+x)][2nz + (m+n)(x+y)] = (m+2n)^3(x+y+z)^3.$$

N. M.

V. 424. Dacă

$$a + b + c + d = 0,$$

există relațiile:

$$ab + bc + ca - d^2 = bc + cd + db - a^2 = cd + da + ac - b^2 = da + ab + bd - c^2.$$

C. I. B.

V. 425. Se dă un trapez oarecare cu diagonalele AC și BD care se taie într'un punct I. Să se arate că:

$$\sphericalangle DAI + \sphericalangle IDA + \sphericalangle IBC + \sphericalangle BCI = 2 \sphericalangle AIB$$

$$\sphericalangle IDC + \sphericalangle DCI + \sphericalangle IAB + \sphericalangle ABI = 2 \sphericalangle AID.$$

C. I. Ț.

V. 426. Fie polinomul

$$P(x) \equiv A_0x^5 + A_1x^4 + A_2x^3 + A_3x^2 + A_4x + A_5.$$

Arătați pe cale elementară, că dacă

$$P(a_1) = P(a_2) = P(a_3) = P(a_4) = P(a_5) = P(a_6),$$

polinomul dat are toți coeficienții nuli; numerele $a_1, a_2, \ldots, a_5, a_6$ sunt prin ipoteză diferite.

O. N. Ț.

V. 427. Dacă, în triunghiul BAC dreptunghic în A, ducând înălțimea AD, dreapta CE, care trece prin mijlocul E al lui AD, taie pe AB în punctul F astfel că $\overline{AF}$ este o treime din $\overline{AB}$, triunghiul BAC este isoccel.

O. N. Ț.

V. 428. Să se descompună în factori expresiunea:

$$E \equiv a(b-c)[(b-c)^2+\lambda a^2]+b(c-a)[(c-a)^2+\lambda b^2]$$
$$+c(a-b)[(a-b)^2+\lambda c^2].$$

O. N. Ț.

V. 429. Să se descompună în factori expresiunea:

$$E \equiv a(b-c)^5+b(c-a)^5+c(a-b)^5+a^3(b-c)^3+b^3(c-a)^3$$
$$+c^3(a-b)^3+a^5(b-c)+b^5(c-a)+c^5(a-b).$$

O. N. Ț.

V. 430. m și n fiind două numere întregi pozitive, prime între ele, să se arate că expresiunea:

$$E(x) \equiv (m-n)[x^{2m}+x^m+1][x^{2n}+x^n+1]$$
$$-3m(x^{2m}+x^m+1)-3n(x^{2n}+x^n+1)$$

este divizibilă cu $(x-1)^2$. Să se genaralizeze.

O. N. Ț.

V. 431. Să se determine polinomul

$$P(x)=ax^2+bx+c$$

astfel ca împărțit cu $x+\frac{1}{2}$ să dea restul 1 și să avem relația:

$$\frac{1}{P(1)+2}=\frac{2}{P(2)+3}=\frac{-3}{P(3)+4}.$$

V. Gh.

V. 432. Din punctul P exterior unui cerc se duc secantele PAB și PCD. Se duce coarda CN ∥ AB. Se duce dreapta AD și se ia AF = PD. Pe mijloacele segmentelor PA și DF se ridică perpendicularele Δ_1 și Δ_2 ce se intersectează în O. Cu centrul în O și

cu raza OB se descrie un cerc ce intersectează pe AN în E. Să se arate că:

1. triunghiul AEF este egal cu triunghiul PBD;
2. triunghiul OPD este egal cu triunghiul OAF;
3. triunghiul OAE este egal cu triunghiul OPB.

I. AL.

V. 433. Să se determine a și b astfel încât polinoamele

$$P(x) \equiv x^3 + ax^2 + bx + 6 \quad , \quad Q(x) \equiv x^3 + bx^2 + ax + 8$$

să admită pe $x - 2$ divizor comun, apoi să se descompună în factori polinomul $P(x) - Q(x)$.

C. I. B.

V. 434. Se dă polinomul $A(x)$ prin egalitatea:

$$A(x) = 1 + x \; B(x^2) + x^2 \; C(x^2),$$

adică polinoamele C și B conțin numai puteri pare ale lui x.

Din împărțirea polinomului $A(x)$ respectiv prin $(x - a)$ și $(x + a)$ se obțin resturile m, n.

Să se afle resturile împărțirii polinoamelor $B(x)$ și $C(x)$ prin $(x - a)$.

Aplicație numerică.

$$m = 21 \quad , \quad n = 9 \quad , \quad a = 2.$$

GH. D.

Clasa VI-a. *Exerc. 412.* Să se verifice că ecuațiunea:

$$n^8 - 8n^6 + 20n^4 - 16n^2 + 2 = 0$$

admite rădăcina

$$n = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}.$$

Generalizare.

C. I. B.

VI. 413.

$$\sin^4 x (1 - \sin^4 x) + \cos^4 x (1 - \cos^4 x) +$$
$$\sin^4 x (1 + \cos^4 x) + \cos^4 x (1 + \sin^4 x) = 1.$$

N. M.

VI. 414. Să se arate că pentru $-\frac{1}{2} \leqslant x \leqslant \frac{1}{2}$ avem:

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{2}+x}-\sqrt{\frac{1}{2}-x}}{\sqrt{\frac{1}{2}+x}+\sqrt{\frac{1}{2}-x}}+\frac{\sqrt{\frac{1}{2}+x}+\sqrt{\frac{1}{2}-x}}{\sqrt{\frac{1}{2}+x}-\sqrt{\frac{1}{2}-x}}=\frac{1}{x}.$$

C. I. Ț.

VI. 415. Să se arate că pentru $0 \leqslant x \leqslant 1$ avem:

$$\frac{\sqrt{x}(2\sqrt{x(1-x)}+2x-1)-(2x-1)(\sqrt{1-x}+\sqrt{x})}{\sqrt{1-x}(2\sqrt{x(1-x)}-2x+1)+(2x-1)(\sqrt{1-x}+\sqrt{x})}=\sqrt{\frac{1}{x}-1}$$

$$\sqrt{1+2\sqrt{x}(\sqrt{3(1-x)}+\sqrt{x})}-\sqrt{3+2\sqrt{x}(\sqrt{3(1-x)}-\sqrt{x})}$$
$$=(\sqrt{3}-1)(\sqrt{x}-\sqrt{1-x}).$$

C. I. Ț.

VI. 416. Să se arate că pentru $x \geqslant \frac{3}{8}$ avem:

$$\sqrt{x+\frac{1}{8}+\sqrt{x-\frac{1}{8}}}-\sqrt{x+\frac{1}{8}-\sqrt{x-\frac{1}{8}}}=1,$$

iar pentru $\frac{1}{8} \leqslant x \leqslant \frac{3}{8}$ avem:

$$\sqrt{x+\frac{1}{8}+\sqrt{x-\frac{1}{8}}}+\sqrt{x+\frac{1}{8}-\sqrt{x-\frac{1}{8}}}=1.$$

C. I. Ț.

VI. 417. Să se arate, prin efectuarea calculelor, că expresia:

$$E=\left(\frac{1+x^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{2}{3}}}{1+x^{\frac{1}{5}}+x^{\frac{2}{5}}+x^{\frac{3}{5}}+x^{\frac{4}{5}}}-\frac{1-x^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{2}{3}}}{1-x^{\frac{1}{5}}+x^{\frac{2}{5}}-x^{\frac{3}{5}}+x^{\frac{4}{5}}}\right)$$
$$\times\frac{1-\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[5]{x}-\sqrt[3]{x}}$$

nu depinde de x.

GH. D.

VI. 418. In triunghiul ABC se duce bisectoarea unghiului A ce intersectează pe BC în D. Să se exprime raportul $\frac{BD}{DC}$ în funcție de funcțiunile goniometrice ale unghiurilor B și C.

I. AL.

VI. 419. In triunghiul ABC se duce înălțimea BH. Să se exprime tgB în funcție de segmentele AH, CH și BH.

I. AL.

VI. 420. Fie a, b, c laturile unui triunghiu oarecare ($a>b>c$). Cari dintre valorile:

$$\sin\alpha = \frac{b+c}{a} \quad , \quad \sin\beta = \frac{b-a}{c}$$

sunt reale și în ce cadran se află extremitatea arcului respectiv?

V. GH.

VI. 421. Să se găsească cea mai simplă expresiune a numărului irațional:

$$N \equiv \sqrt{18-6\sqrt{6+2\sqrt{4-2\sqrt{3}}}} + \sqrt{34-6\sqrt{6+2\sqrt{4-2\sqrt{3}}}}$$

și că este divizibil cu *2*.

O. N. Ț.

VI. 422. Să se găsească toate valorile (exacte) ale expresiunilor:

$$\sin\left[\frac{n\pi}{2}+(-1)^{n+1}\frac{\pi}{12}\right] \text{ și } \cos\left[\frac{n\pi}{3}+(-1)^{n}\frac{\pi}{12}\right],$$

n întreg pozitiv.

O. N. Ț.

VI. 423. Să se găsească toate valorile (exacte) ale expresiunilor :

$$\sin\left[\frac{n\pi}{5}+(-1)^{n}\frac{\pi}{10}\right] \text{ și } \cos\left[\frac{n\pi}{5}+(-1)^{n+1}\frac{\pi}{10}\right],$$

n fiind întreg pozitiv.

O. N. Ț.

Clasa VII-a. *Exerc. 356.* Să se calculeze expresiunea :

$$E=(a+b)^{4m}+(a-b)^{4m}+(a^2+ib^2)^{2m}-(a^2-ib^2)^{2m}$$
$$+(a^4-ib^4)^{m}-(a^4+ib^4)^{m}$$

unde $i^2=-1$.

C. I. Ț.

VII. 357. Se dau expresiunile :

$$E_1\equiv\left(n^n+\frac{1}{n^n}\right)+C_n^1\left(n^{n-2}+\frac{1}{n^{n-2}}\right)+\ldots$$

$$E_2\equiv 2^n+C_n^1\,2^{n-1}(n-1)^2+2^{n-2}\,C_n^2\,(n-1)^4+\ldots$$

Să se determine λ și μ astfel încât să avem :

$$E_1\equiv\mu E_2+\lambda.$$

C. I. B.

VII. 358. Să se arate că :

$$\frac{C_5^1}{1}-\frac{C_5^2}{2}+\frac{C_5^3}{3}-\frac{C_5^4}{4}+\frac{C_5^5}{5}=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$$

$$\frac{C_5^0}{5}+\frac{C_6^1}{6}+\frac{C_7^2}{7}+\frac{C_8^3}{8}+\frac{C_9^4}{9}+\frac{C_{10}^5}{10}=\frac{C_{10}^5}{5}.$$

N. M.

VII. 359. Să se calculeze suma :

$$a_1+a_2\,(C_m^1)^2+a_3\,(C_m^2)^2+\ldots a_{m+1}\,(C_m^m)^2$$

în care a_1, $a_2\ldots$ sunt termenii unei progresii aritmetice, iar C_m^p simbolul combinărilor a m obiecte luate câte p.

G. D. S.

VII. 360. Să se găsească cuvintele de cinci litere din limba română, cum ar fi cuvântul *monom*, care citite dela sfârşit spre început să dea acelaş cuvânt.

Să se afle apoi cuvintele de şapte litere, care îndeplinesc aceeaşi condiţie.

GH. D.

VII. 361. Să se arate ce formă trebue să aibă numărul întreg y, pentru ca ecuaţia :

$$C_x^5 = y\, C_x^3$$

să fie posibilă ?

Să se rezolve apoi ecuaţia.

GH. D.

VII. 362. Să se calculeze termenul de gradul zero faţă cu x, y, z deodată, în desvoltarea :

$$\left(\frac{a}{x^2y^3z^4} - bxyz^5\right)^{112}.$$

V. GH.

VII. 363. Se consideră toate numerele întregi şi pozitive de forma $\mathcal{M}5+2$, mai mici ca 1000. Să se calculeze suma puterilor a cincia ale acestor numere.

O. N. Ţ.

VII. 364. Insemnând cu $S_{n,\alpha} = 1^\alpha + 2^\alpha + \ldots + n^\alpha$, să se calculeze suma :

$$S_{1,4} + S_{2,4} + \ldots + S_{n,4}.$$

O. N. Ţ.

VII. 365. Insemnând cu $S_{n,\alpha} = 1^\alpha + 2^\alpha + \ldots + n^\alpha$, să se calculeze sumele :

$$1^0.\quad \frac{S_{1,2}\,S_{1,3}}{1^3} + \frac{S_{2,2}\,S_{2,3}}{2^3} + \ldots + \frac{S_{n,2}\,S_{n,3}}{n^3} \equiv \sum_{n=1}^{n} \frac{S_{n,2}\,S_{n,3}}{n^3}$$

$$2^0.\quad \frac{S_{1,2}\,S_{1,4}}{1^2\cdot 3^2} + \frac{S_{2,2}\,S_{2,4}}{2^2\cdot 5^2} + \ldots + \frac{S_{n,2}\,S_{n,4}}{n^2(2n+1)^2} \equiv \sum_{n=1}^{n} \frac{S_{n,2}\,S_{n,4}}{n^2(2n+1)^2}.$$

O. N. Ţ.

Clasa VIII-a. *Exerc. 261.* Să se arate că:

$$\int_0^{\frac{n\pi}{2}} \sin\left(\frac{x}{n}+\frac{\pi}{6}\right)dx=\frac{n}{2}(\sqrt{3}+1).$$

C. I. Ț.

VIII. 262. Se consideră punctele

$$A(\lambda-1,\ 0)\ ,\quad B(\lambda+2,\ 0)\ ,\quad C(0,\ \lambda-2)\ ,\quad D(0,\ \lambda+1).$$

Se cere locul geometric al intersecției dreptelor AD, BC.

C. I. B.

VIII. 263. Fie $f(x)=\int\frac{x^2}{(x-1)^4}dx$.

Avem:

$$7f(0)=8f(-1)=-f(2).$$

N. M.

VIII. 264. Față de un sistem de axe dreptunghiulare *xoy* se dau punctele B (4, 0), C (0, 3).

Să se găsească coordonatele punctului egal depărtat de B și C și în același timp egal depărtat de laturile unghiului OBC. Câte soluții sunt?

G. D. S.

VIII. 265. Fie ABC un triunghiu oarecare și M un punct pe latura BC. Din punctul M ducem paralela la latura AB; ea taie latura AC în punctul N_1. Paralela dusă din M la AC taie latura AB în P_1.

Fie N_2, P_2 picioarele perpendicularelor duse respectiv din M pe AC și AB.

1. Să se determine poziția punctului M pe dreapta BC, astfel ca dreapta N_1P_1 să fie paralelă cu BC;

2. Există o poziție a lui M pe BC astfel ca triunghiurile MN_1P_1, MN_2P_2 să aibă aceeași arie?

Gh. D.

VIII. 266. Să se calculeze integrala definită:

$$\equiv \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x + \cos 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x} \times \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\sin 2x + \sin 4x + \sin 6x}\, dx.$$

O. N. Ț.

VIII. 267. Fie Ox și Oy două axe perpendiculare și trapezul OABC având bazele $\overline{OA}$ și $\overline{CB}$ de mărime constantă, vârful A fiind pe axa Ox. Să se găsească locul mijlocului P al segmentului $\overline{MN}$ care unește mijloacele diagonalelor OB și AC când vârful B descrie o dreaptă Δ dată în plan. 2°) Să se găsească locul mijloacelor M și N, când vârful B descrie un cerc cu centrul în origine.

O. N. Ț.

VIII. 268. Să se calculeze aria cuprinsă între curbele:

$$y = -3x^2 + 6x - 2$$
$$y = \quad 2x^2 - 2x + 1.$$

V. Gh.

Pentru toate clasele. *Exerc. 162.* Să se arate că:

$$(1 - N)^{2m+n} - (1 - N)^{m+n} - (1 - N)^m + 1 = \textit{Mult.}\ N^2.$$

C. I. Ț.

T. C. 163. Să se demonstreze că dacă la produsul a trei numere consecutive se adaugă numărul mijlociu, se obține cu cub perfect.

Gh. B.

T. C. 164. Numărul ce se obține scriind unul după altul două numere inversate este toteauna divizibil prin 11.

Gh. B.

T. C. 165. Să se arate că dacă n este un număr prim absolut, atunci avem:

$$n^2! > n!\, n^n.$$

I. L.

T. C. 166. Să se arate că fracțiunea

$$\frac{100!\ 10!}{50!\ 20!\ 80^{10}}$$

este întreagă.

I. L.

T. C. 167. n fiind un număr întreg pozitiv, să se arate că expresiunea

$$E \equiv 7 \cdot 17^{36n+18} + 22 \cdot 19^{144n+72} - 2^{126n+62} \cdot 6^{36n+20} + 13$$

este divizibilă cu *1938.*

O. N. Ț.

T. C. 168. Să se arăte că oricare ar fi n întreg și pozitiv, expresiunea:

$$\frac{n^7}{2520} - \frac{n^5}{180} + \frac{7n^3}{360} - \frac{n}{70}$$

este de asemenea număr întreg.

O. N. Ț.

T. C. 169. se arate că numerele de forma:

$$N = \underbrace{11\ldots1}_{p \text{ ori}}\ \underbrace{22\ldots2}_{(p+1)\text{ori}}\ 5$$

sunt pătrate perfecte.

O. N. Ț.

INSTRUCȚIUNI

a) Soluțiile exercițiilor se vor scrie cu cerneală, pe sferturi de coală și numai pe o parte a foii.

Dacă va fi nevoie de mai multe foi pentru soluționarea unui exercițiu, ele se vor coase sau lipi în partea stângă. Figurile, ce vor fi necesare pentru urmărirea exercițiului se vor construi îngrijit, cu cerneală sau tuș, pe foi aparte, având formatul arătat mai sus și se vor coase sau lipi odată cu soluția.

Nu se vor trimite soluţiile mai multor exerciţii pe aceeaşi foaie.

b) Redactarea soluţiilor se va face astfel :

Sus, se va scrie numărul exerciţiului, dedesubt enunţul astfel cum e publicat în revistă, cu iniţialele propunătorului, apoi soluţia clar compusă, iar la sfârşit, iscălitura rezolvitorului în ordinea următoare :

Nume de botez complet, iniţiala părintelui, numele de familie, însoţite de clasa şi şcoala pe care o urmează.

c) Nu se vor lua în considerare soluţiile iscălite de 2 sau mai mulţi corespondenţi, nici soluţiile exerciţiilor propuse la clase inferioare aceleia în care corespondentul se află. Pentru redijarea soluţiilor a se vedea indicaţiile din Nr. 1, Vol. IV.

d) Soluţiile se primesc timp de 3 luni dela propunerea exerciţiului, numai deia abonaţii „Suplimentului cu Exerciţii" al Gazetei Matematice, pe adresa Locot. C. D. Ionescu-Ţiu, Casa Gazeta Matematică, Calea Griviţei 158, Bucureşti 2.

Drepturile de reproducere rezervate Societăţii «Gazeta Matematică».

Elevii claselor VI, VII şi VIII, cu bogată activitate la această revistă îşi pot lărgi cadrul activităţii soluţionând probleme din „Gazeta Matematică".

„Gazeta Matematică" apare la 15 al fiecărei luni. Costul abonamentului este 200 lei şi se trimite la „Casa Gazeta Matematică", Calea Griviţei 158, Bucureşti 2.

In Biblioteca «Gazetei Matematice» au apărut şi se găsesc la adresa indicată mai sus, următoarele:

III. **N. Abramescu,** Lecţiuni elementare de Algebră superioară, pentru cl. VIII ştiinţifică, Ediţia V . . . . . Lei 90

VIII. **A. G. Ioachimescu,** Culegere de Probleme de Algebră. Partea I. Ediţia IV-a revăzută şi mărită . . . . . Lei 120

IX. **G. Em. Filipescu, A. G. Ioachimescu, I. Ionescu, T. Lalescu şi G. Ţiţeica,** Vocabular Matematic . . . . . Lei 20

X. **G. Ţiţeica,** Culegere de probleme de Geometrie . Lei 150

XI. **Gazeta Matematică** 1895 — 1935. Istoric, învăţăminte. Volum jubilar (500 pag.) . . . . . Lei 250

XII. **V. Cristescu,** Culegere de probleme de Trigonometrie. Partea I (Goniometrie) revăzută şi adăugită de Gh. Th. Gheorghiu Lei 95

XIII. **I. Ionescu,** Culegere de probleme de Aritmetică. Partea I. Aritmetica raţionată . . . . . Lei 190

XIV. **V. Cristescu,** Culegere de probleme de Trigonometrie. Partea II-a. (Trigonometria plană), Ediţia II-a, revăzută şi adăugită de Gh. Th. Gheorghiu . . . . . Lei 125

La aceste preţuri se vor adăuga taxele poştale pentru expediţie.

MONITORUL OFICIAL ŞI
IMPRIMERIILE STATULUI
IMPRIMERIA NAŢIONALĂ
:: BUCUREŞTI — 1938 ::

C. 52.333

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL V. No. 2 1 NOEMVRIE 1938

SOCIETATEA GAZETA MATEMATICĂ
CALEA GRIVIŢEI, 158. BUCUREŞTI 2

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL V. No. 2 — 1 NOEMVRIE 1938

ABONAMENTUL LEI 50 PE AN (9 numere)

Soluţii, abonamente şi orice corespondenţă pe adresa:

Locot. C. D. IONESCU-ŢIU

Casa «Gazeta Matematică», Calea Griviţei 158. — Bucureşti 2

PROGRAMA ANALITICĂ

HOTĂRÎTĂ PENTRU CONCURSUL „GAZETEI MATEMATICE" DIN ANUL 1939

Clasa IV-a. Toată materia prevăzută de programa analitică.

Clasa V-a. Grupa I. **Algebra.** Toată materia prevăzută de programa analitică. In plus:

1. La împărţirea cu $(x+a)$ se va face rezolvarea ecuaţiilor cu rădăcini întregi şi fracţionare.

2. La radicale se va face raţionalizarea numitorilor cari conţin radicale patrate şi de indici superiori.

3. La sistemele de ecuaţii de gradul I se vor cere metode particulare de rezolvare şi sisteme reductibile la gradul I.

4. La discuţia semnului trinomului se va face generalizare în legătură cu punctul 1.

5. Transformarea expresiunilor de forma: $\sqrt{A \pm \sqrt{B}}$.

6. Progresiuni aritmetice şi geometrice.

Grupa II-a. **Geometria plană.** Toată materia prevăzută de programa analitică. In plus:

1. Fascicole de drepte paralele şi de drepte concurente (teoreme directe şi reciproce).

2. Omofetia (La cercuri: centre de asemănare directe şi inverse).

3. Teorema lui MENELAUS şi CEVA şi reciprocele lor.

4. Teoremele lui PTOLOMEU pentru patrulaterele inscriptibile. Teorema lui MIQUEL. Patrulater circumscris unui cerc. Cercuri ortogonale. Cercul celor nouă puncte.

5. Puterea unui punct față de un cerc. Ax și centru radical.

6. Raportul ariilor a două polinoame asemenea.

7. Reciproca teoremei lui PITAGORA. Relația metrică a lui STEWART. Aplicație la mediane, etc.

8. Poligoane regulate circumscrise.

Clasa VI-a. Grupa I. **Geometria în spațiu.** Toată materia prevăzută de programa analitică. In plus:

1. Unghiuri diedre. Măsura lor. Unghiuri triedre și poliedre, proprietățile lor.

2. Aria și volumul trunchiului de piramidă. Extindere la con.

3. Volumul produs de un sector poligonal plan care se rotește în jurul unei axe. Volumul zonei, calotei, sferei.

Grupa II-a. **Trigonometria.** Toată materia prevăzută în progresie analitică până la „Aplicațiile trigonometriei la agrimensură și statică". In plus:

1. Aria unui triunghiu în raport cu elementele date.

2. Raza cercului circumscris în funcțiune de laturile triunghiului. Razele cercurilor înscrise și exînscrise triunghiului. Relațiuni.

3. Identități trigonometrice.

4. Cazuri particulare de rezolvare la triunghiuri dreptunghice și oarecare.

5. Determinarea distanțelor între puncte inaccesibile.

6. Problema hărții.

Clasa VII-a. Grupa I. **Algebra.** Toată materia prevăzută de programa analitică, fără „Aplicații la cinematică", la care se adaogă: Serii, criterii de convergență, seria lui *e*, definiția logaritmilor neperieni.

Grupa II-a. **Geometria descriptivă.** Toată materia prevăzută de programa analitică. In plus:

1. Diviziuni armonice, fascicole armonice. Pol și polară în raport cu un unghiu și în raport cu un cerc.

Teoremele lui PASCAL și BRIANCHON. Patrulatere complete.

2. Transformări: inversiune, polare reciproce.

Clasa VIII-a. Grupa I. **Algebra.** Materia prevăzută de programa analitică.

Grupa II-a. **Geometria analitică.** Materia prevăzută de programa analitică. In plus:

1. Schimbarea de axe.
2. Pol şi polară.
3. Clasificarea conicelor.

Grupa III-a. **Mecanica.** Materia prevăzută de programa analitică. In plus Cinematica.

* * *

Orice candidat trebue să cunoască materia respectivă a clasei precedente cu adăugirile prevăzute în prezenta programă.

EXERCIŢII REZOLVATE

Clasa III-a. *Exerc. 41. Să se arate că diagonala unui patrat este raza cercului circumscris unui triunghiu echilateral de aceeaşi arie ca a unui exagon regulat înscris în cercul cu raza cât latura patratului.*

C. I. Ţ.

Fie a latura patratului, d diagonala, $\alpha = a\sqrt{2}$, aria exagonului este $\frac{3}{2} a^2 \sqrt{3}$.

R fiind raza cercului circumscris triunghiului echilateral, aria triunghiului echilateral este $\frac{3}{4} R^2 \sqrt{3}$, deci:

$$\frac{3}{2} a^2 \sqrt{3} = \frac{3}{4} R^2 \sqrt{3} \quad \text{sau} \quad R = a\sqrt{2} = d.$$

Clasa V-a. *Exerc. 395. Se dă o dreaptă* D *şi un punct fix* A *exterior dreptei* D. *Fie* M *un punct variabil pe dreapta* D, *iar* $\overline{AN}$ *un segment de lungime constantă, perpendicular pe* AM. *Să se arate că cercul cu centrul în* M *şi cu raza* $\overline{MN}$ *trece prin două puncte fixe.*

G. D. S.

Notăm cu O piciorul perpendicularei coborîtă din A pe dreapta D şi cu P punctul de aceeaşi parte cu A, unde dreapta OA este tăiată de cercul variabil cu centrul în M şi raza MN.

Avem:

$$\overline{OP}^2 = \overline{MP}^2 - \overline{OM}^2 = \overline{MN}^2 - \overline{OM}^2 = \overline{MA}^2 + \overline{AN}^2 - \overline{OM}^2$$

Insă:

$$\overline{MA}^2 - \overline{OM}^2 = \overline{OA}^2.$$

Rezultă:

$$\overline{OP}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AN}^2 = \text{const.}$$

Punctul P este deci fix. Al doilea punct fix este simetricul lui P faţă de dreapta D.

V. 400. Să se rezolve ecuaţiunile.

$$(a^2 - b^2)\sqrt{1 - x^2} - abx^2 = 0 \quad \text{şi} \quad (a^2 - b^2)\sqrt{1 - x^2} + abx^2 = 0$$

şi să se verifice soluţiunile aflate.

C. I. Ţ.

In fiecare ecuaţiune trecem ultimul termen în partea doua şi ridicăm la patrat.

$$a^2 b^2 x^4 + (a^2 - b^2)\, x^2 - (a^2 - b^2)^2 = 0$$

$x_1^2 = 1 - \dfrac{b^2}{a^2}$ verifică numai prima ecuaţiune,

$x_2^2 = 1 - \dfrac{a^2}{b^2}$ verifică numai a doua ecuaţiune.

Clasa VI-a. *Exerc. 353. Se dă un plan* P, *o dreaptă* D *paralelă cu planul şi un punct* A *exterior dreptei. Să se ducă prin punctul* A *o dreaptă care să facă un unghiu* α *cu planul* P *şi să se sprijine pe dreapta* D.

Să se discute problema şi să se găsească unghiul limită dela care nu mai avem soluţii.

G. D. S.

Din A se coboară o perpendiculară pe planul P, apoi se consideră o dreaptă Δ ce face cu această perpendiculară unghiul $\frac{\pi}{2} - \alpha$, deci cu planul P unghiul α. Rotind dreapta Δ se obține un con de rotație, ce va fi întâlnit de dreapta D în general în două puncte M_1 și M_2. Dreptele căutate sunt AM_1 și AM_2.

Discuție: Când conul e întâlnit de dreapta D avem două soluții, când e tangent dreptei D o singură soluție și când nu e întâlnit de dreaptă nici o soluție. Unghiul limită e dat de cazul conului tangent dreptei D și este unghiul format de planul P cu planul definit de A și D.

VI. 372. Se dă un plan P, *o dreaptă* D *cuprinsă în acest plan, un punct* A *exterior planului și un unghiu* α. *Să se determine poziția unui triunghiu echilateral* ABC, *care are latura* BC *cuprinsă în planul* P *și paralelă dreptei* D, *iar latura* AB *face unghiul* α *cu planul* P.

G. D. S.

Se duce conul circular drept care are vârful în A și generatoarele înclinate de unghiul α pe planul P. Latura BC trebue să fie egală cu generatoarea acestui con, deci problema revine la a duce în cercul de bază o coardă de lungime cunoscută, paralelă cu o direcție dată.

Ca problema să fie posibilă trebue ca $BC < 2r$, r fiind raza cercului de bază a conului. Insă:

$$BC = AC, \quad \text{iar} \quad r = AC\cos\alpha$$

deci:

$$AC < 2AC\cos\alpha \quad \text{sau} \quad \cos\alpha > \frac{1}{2}$$

$$\therefore \quad \alpha < 60^0.$$

VI. 411. Să se rezolve ecuațiunea:

$$4x^4 + 4\,\mathrm{tg}\alpha \,.\, x^3 + 7x^2 + 4\,\mathrm{tg}\alpha \,.\, x + 4 = 0.$$

C. I. B.

Ecuațiunea este reciprocă de gradul IV. Impărțind cu x^2, termenii se grupează astfel:

$$4\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+4\,\mathrm{tg}\alpha\left(x+\frac{1}{x}\right)+7=0\,.$$

Notând:

$$x+\frac{1}{x}=y,$$

obținem:

$$4y^2+4y\,\mathrm{tg}\alpha-1=0$$

deci:

$$y'=\frac{1-\sin\alpha}{2\cos\alpha}\quad,\quad y''=-\frac{1+\sin\alpha}{2\cos\alpha}$$

a) $x+\frac{1}{x}=\frac{1-\sin\alpha}{2\cos\alpha}$, $2\cos\alpha\,.\,x^2-(1-\sin\alpha)\,x+2\cos\alpha=0.$

Deci:

$$x=\frac{1-\sin\alpha\pm\sqrt{2-2\sin\alpha-17\cos^2\alpha}}{4\cos\alpha}$$

b) $x+\frac{1}{x}=-\frac{1+\sin\alpha}{2\cos\alpha}$, $2\cos\alpha\,.\,x^2+(1+\sin\alpha)\,x+2\cos\alpha=0.$

Rezultă:

$$x=\frac{-(1+\sin\alpha)\pm\sqrt{2+2\sin\alpha-17\cos^2\alpha}}{4\cos\alpha}\,.$$

Clasa VII-a. *Exerc. 302. Să se determine* α *și* β *astfel încât polinomul.*

$$\begin{vmatrix} 1 & a & 1 \\ \alpha & a+x & x \\ \beta & a+2x & x^2 \end{vmatrix}$$

să fie cub perfect.

G. D. S.

Notăm polinomul cu $P(x)$. Desvoltând determinantul găsim:

$$P(x)\equiv x^3+(a-a\alpha-2)\,x^2+(a\beta+2\alpha-a-\beta)\,x+a(\alpha-\beta).$$

Scriem că acest polinom este de forma:

$$P(x) \equiv (x+k)^3$$

şi din identificare rezultă:

$$\alpha = \frac{a-3k-2}{a} \quad ; \quad \beta = \frac{a-k^3-3k-2}{a}$$

k fiind dat de ecuaţia:

$$(a-1)k^3 + 3ak^2 + 3(a+1)k + a + 2 = 0$$

care admite rădăcină dublă $k = -1$ şi simplă $k = -\frac{a+2}{a-1}$.

Rezultă:

pentru $k = -1$ $\quad \alpha = \frac{a+1}{a} \quad \beta = \frac{a+2}{a}$

pentru $k = -\frac{a+2}{a-1}$ $\quad \alpha = \frac{a^2+8}{a(a-1)} \quad \beta = \frac{4a^3-3a^2+30a-4}{a(a-1)^3}$.

VII. 331. Să se calculeze limita expresiunii:

$$E = \frac{\sin 4x}{1 - 2\sin 2x - \cos 4x},$$

pentru $x = 0$. *Asemenea pentru* $x = \pi$.

C. I. Ţ.

$$E = \frac{2\sin 2x \cos 2x}{1 - 2\sin 2x - 1 + 2\sin^2 2x} = \frac{\cos 2x}{\sin 2x - 1} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{-(\cos x - \sin x)^2}$$

$$= \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} = \frac{\sin(x+45^0)}{\sin(x-45^0)}.$$

Pentru $x = 0$ şi $x = \pi$, $E = -1$.

VII. 338. Ştiind că funcţiunea continuă $y = f(x)$ *este crescătoare în intervalul* $(3-\varepsilon, 3+\varepsilon)$, *să se studieze, în acelaşi interval, reprezentarea grafică a funcţiunii:*

$$y = f(2x^3 - 6x^2 + 2) - f(6x^2 - 18x + 2).$$

G. D. S.

Pentru $x = 3$ avem:

$$y = f(2) - f(2) = 0.$$

Derivata funcțiunei este:

$$y' = (6x^2 - 12x) f'(2x^3 - 6x^2 + 2) - (12x - 18) f'(6x^2 - 18x + 2)$$

care pentru $x = 3$ ne dă:

$$y' = 18 f'(2) - 18 f'(2) = 0.$$

Curba reprezentativă este deci tangentă axei ox *în punctul* (3,0).

Pentru $x = 3 - \varepsilon$ obținem:

$$y = f[6\varepsilon^2 - 18\varepsilon + 2 + 2\varepsilon(3 - \varepsilon^2)] - f(6\varepsilon^2 - 18\varepsilon + 2)$$

câtimea $2\varepsilon(3 - \varepsilon^2) > 0$, deci funcția fiind crescătoare $y > 0$.

Pentru $x = 3 + \varepsilon$ găsim:

$$y = f(2\varepsilon^3 + 12\varepsilon^2 + 18\varepsilon + 2) - f(6\varepsilon^2 + 18\varepsilon + 2) > 0$$

curba este deci deasupra axei ox *în intervalul dat.*

Clasa VIII-a. *Exerc. 257. Să se rezolve ecuațiunea:*

$$x^4 + (2a - b) x^2 - 2bcx + a^2 - bc^2 = 0$$

știind că $x_1 + x_2 = \sqrt{b}$.

C. I. Ț.

Folosim relațiunile între rădăcini și coeficienți

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$$

$$\Sigma x_1 x_2 = 2a - b$$

$$\Sigma x_1 x_2 x_3 = 2bc$$

$$x_1 x_2 x_3 x_4 = a^2 - bc^2.$$

Ținem seama și de $x_1 + x_2 = \sqrt{b}$ și avem:

$$x_3 + x_4 = -\sqrt{b} \quad , \quad -x_1 x_2 \sqrt{b} + x_3 x_4 \sqrt{b} = 2bc,$$

sau

$$x_3 x_4 - x_1 x_2 = 2c\sqrt{b} \quad , \quad x_1 x_2 + x_3 x_4 - x_2 \sqrt{b} - x_1 \sqrt{b} = 2a - b$$

$$x_3 x_4 + x_1 x_2 = 2a.$$

Din sistemele de ecuațiuni:

$$x_1 + x_2 = \sqrt{b} \quad , \quad x_1 x_2 = a - c\sqrt{b}$$

și

$$x_3 + x_4 = -\sqrt{b} \quad , \quad x_3 x_4 = a + c\sqrt{b},$$

avem:

$$x_{1,2} = \frac{\sqrt{b} \pm \sqrt{b - 4(a - c\sqrt{b})}}{2}, \quad x_{3,4} = \frac{-\sqrt{b} \pm \sqrt{b - 4(a + c\sqrt{b})}}{2}.$$

Toate clasele. *Exerc. 136. Probabil înainte de secolul XII, Arabii au stabilit relația:*

$$1^3 + 3^3 + 5^3 + \ldots + \left[\sqrt{\sqrt{8n+1}+1} - 1\right]^3 = n.$$

Se cere o verificare.

I. L.

Punem: $n = a^2(2a^2 - 1)$ și avem de verificat relația:

$$1^3 + 3^3 + 5^3 + \ldots + (2a-1)^3 = a^2(2a^2 - 1).$$

Știm că:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + (2a-1)^3 = \frac{(2a-1)^2 (2a)^2}{4}$$

$$2^3 + 4^3 + \ldots + (2a-2)^3 = \frac{2^3 (a-1)^2 a^2}{4}.$$

Scăzând ambele relații obținem tocmai relația ce ne-am propus a verifica.

T. C. 144. Numărul divizorilor unui număr de patru cifre este opt, iar numărul numerelor prime și mai mici decât el este 576; care este acel număr?

I. L.

Fie N numărul de patru cifre, atunci pentru ca să aibă opt divizori va trebui să fie descompus în factori primi, sub una din formele:

$$a^7 \; ; \; a^3 b \quad \text{sau} \quad a.b.c.d.$$

Cum însă numărul numerelor prime cu el şi mai mici ca el este $576 = 2^6 . 3^2$, urmează că analizând cazurile :

$$\varphi(a^7) = a^6(a-1) = 2^6 . 3^2$$

$$\varphi(a^3 . b) = a^2(a-1)(b-1) = 2^6 . 3^2$$

$$\varphi(a . b . c . d) = (a-1)(b-1)(c-1)(d-1)$$

nu ne dă soluţiune decât $N = 3 . 5 . 7 . 13 = 1365$.

T. C. 145. Suma divizorilor unui număr de patru cifre este 17280, iar suma numerelor prime cu el şi mai mici decât el este 558144; care este acel număr?

I. L.

Suma numerelor prime cu un număr dat şi mai mici decât el, are expresiunea :

$$S(N) = \tfrac{1}{2} N\varphi(N) = \tfrac{1}{2} a^{2\alpha-1} b^{2\beta-1} \ldots (a-1)(b-1) \ldots$$

unde $\varphi(N)$ este indicatorul.

Incercând cu numere de forma :

$$a^\alpha \; ; \; a^\alpha . b^\beta \; ; \; a^\alpha . b^\beta . c^\gamma \quad \text{şi} \quad a^\alpha . b^\beta . c^\gamma . d^\delta ,$$

se obţine

$$N = 2 . 3 . 17 . 19 = 1938.$$

Şi prin urmare suma divizorilor va fi :

$$\Sigma(N) = \frac{2^2-1}{2-1} \cdot \frac{3^2-1}{3-1} \cdot \frac{17^2-1}{17-1} \cdot \frac{19^2-1}{19-1} = 2^5 . 3^3 . 5 = 4320.$$

Din eroare s'a publicat că suma divizorilor este $2^7 . 3^3 . 5 = 17280$ în loc de $2^5 . 3^3 . 5 = 4320$.

T. C. 157. Dacă A *este număr divizibil cu 19, iar* B *divizibil cu 13, să se arate când expresia*

$$(A^n)^4 - (B^n)^2$$

este divizibilă cu 17. C. I. B.

Avem :

$$A = 19a \quad , \quad B = 13b,$$

deci :

$$A^{4n} - B^{2n} = (19a)^{4n} - (13b)^{2n} = 19^{4n} . a^{4n} - 13^{2n} . b^{2n}$$

$$= (17+2)^{4n} a^{4n} - (17-4)^{2n} b^{2n} = M17 + 2^{4n} a^{4n} - 4^{2n} b^{2n}$$

$$= M17 + 16^n . a^{4n} - 16^n b^{2n} = M17 + 16^n (a^{4n} - b^{2n}).$$

Expresia este divizibilă cu 17 când

$$a^{4n} - b^{2n}$$

este divizibilă cu 17.

T. C. 161. Dacă **a** *este prim şi diferit de 2, iar* A *este multiplu de* **a** *plus 1, suma*

$$A + 2A + \ldots + (a-1)A$$

este divizibilă cu a.

C. I. B.

Generalizare.

Suma se mai scrie

$$\frac{1}{2} Aa(a-1) = Aa\frac{a-1}{2}$$

a fiind număr prim, diferit de 2, este impar, deci $a-1$ este par, iar $\frac{a-1}{2}$ număr întreg *n*. Expresia *n*A*a* este evident divizibilă cu *a*, *oricare ar fi numărul întreg* A.

Până la 10 Octomvrie s'a primit soluţiuni bune pentru exerciţiile publicate în numărul 1, dela[1]):

Liceul de fete „Carmen Sylva" Bucureşti.

Clasa VI-a: Grigoriu Marga (VI: 421, 4*). — *Clasa VII-a:* Buzescu P. G. Claudia (VII: 358, T. c.: 163), Constantinescu D. Paula (VII: 358, T. c.: 163), Mayer B. Silvia (T. c.: 163), Mellinger A. Edith (VII: 358) Petrovan D. Simona (VII: 358). — *Clasa VIII-a:* Bădulescu V. Viorica (VIII 261*, 3).

Institutul de fete „Pompilian" Bucureşti.

Clasa VI-a: Marinescu Şt. Rodica (VI: 414*).

Liceul de fete Râmnicul Vâlcea.

Clasa VII-a: Ene Gh. Elisabeta (VII: 358).

---

1) Semnul * însoţeşte numărul unui exerciţiu rezolvat foarte bine.

Liceul de fete „Carmen Sylva“ Timişoara.

Clasa IV-a: Filimon I. Viorica (IV: 326*), Golea S. Anica (IV: 362*), Kauber T. Livia (IV: 362*). — *Clasa VII-a:* Checian N. Ana (VII: 358*, T. c.: 163).

Liceul „Gh. Lazăr“ Bucureşti.

Clasa V-a: Iliescu-Brânceni Călin (V: 424, 5*, 33, T. c.: 162*, 3). *Clasa VII-a:* Vasilescu-Stabu Al. Mircea (T. c.: 162*, 3, 4. 5).

Liceul „Spiru Haret“ Bucureşti.

Clasa VIII-a: Actarian Virgil (VIII: 263, T. c.: 163), Caveschi Anton (VIII: 261*, 3), Cernovodeanu I. Ion (VIII: 261*, 3*, T. c.: 163).

Colegiul Naţional „Sf. Sava“ Bucureşti.

Clasa VIII-a: Bădulescu P. Nicolae (VIII: 261*, 2, 3).

Liceul „Mihai Viteazul“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Beno Marcus (VI: 413).

Liceul „Aurel Vlaicu“ Bucureşti.

Clasa VIII-a: Trifănescu Eugen (VIII: 261*).

Liceul „Schewitz Thierrin“ Bucureşti.

Clasa VII-a: Rizescu D. Horia (VII: 358).

Liceul „Moise Nicoară“ Arad.

Clasa II-a: Ieşan Alexandru (III: 46). — *Clasa III-a:* Gheorghiu I. Mircea (III: 46), Moldt Gheorghe (III: 46). — *Clasa IV-a:* Grozescu Tiberiu (IV: 364), Nistor I. Ioan (IV: 367), Popa T. Teodor (IV: 364). — *Clasa VI-a:* Gligor N. Ioan (VI: 413, T. c.: 163), Luca I. Ioan (VI: 413, 4*, T. c.: 163), Petroiu F. Deliu (VI: 413), Pop I. Victor (VI: 413, T. c.: 163), Simon Petru (VI: 413*, 4*). — *Clasa VIII-a:* Ban T. Viorel (VIII: 263), Borneas I. Marius (VIII: 262*), Mureşan I. Octavian (VIII: 261*, 2*, 3, T. c.: 163, Musca M. Miron (VIII: 261*, T. c.: 163), Pribac Gh. Gheorghe (VIII: 261*, T. c.: 163), Roth I. Alexandru (VIII: 261, 2, 3).

Liceul „Samuil Vulcan“ Beiuş.

Clasa VI-a: Deheleanu Gheorghe (VI: 4, 13). — *Clasa VIII-a:* Jidanu I. Constantin (VIII: 262, 4, T. c.: 163*, 3).

Liceul „Andrei Şaguna“ Braşov.

Clasa IV-a: Cojanu Gh. Gheorghe (IV: 364, 6, 7).

Liceul „Dr. I. Meşotă“ Braşov.

Clasa VII-a: Rosenzweig S. M. (VII: 358).

Liceul „Ştirbei Vodă“ Călăraşi.

Clasa VII-a: Ulescu N. Petre (VII: 358).

Liceul „Ioniţă Asan“ Caracal.

Clasa V-a: Radu I. Petrişor (V: 424, 5*, 31, 3).

Colegiul Naţional Carol I Craiova.

Clasa V-a: Ionescu N. Florin (V: 433).

Liceul „Fraţii Buzeşti“ Craiova.

Clasa III-a: Marian M. Dan (III: 46, 7*, 8*). — *Clasa VI-a:* Marian M. Ioan (VII: 358).

Liceul „Unirea“ Focşani.

Clasa VIII-a: Turtoiu Fănică (VIII: 261*, 2, 3, 4).

Liceul „Ion Maiorescu“ Giurgiu.

Clasa VII-a: Cherţman S. Mozes (VII: 358), Văduva F. Marin (VII: 358).

Liceul „Naţional“ Iaşi.

Clasa VII-a: Rolea C. Vasile (T. c.: 163), Şraibman S. Samy (T. c.: 162).

Liceul „Alex. Lahovari“ Râmnicul Vâlcea.

Clasa VII-a: Gogiu D. Gheorghe (VII: 358).

Liceul militar „Mihai Viteazul“ Târgu-Mureş.

Clasa VIII-a: Constantinescu C. V. (VIII: 264, 8), Ionescu Traian VIII: 262), Pop A. Alexandru (VIII: 262), Vişan Jac (VIII: 261*).

Liceul „Sf. Haralambie“ Turnu-Măgurele.

Clasa VI-a: Necşescu I. Aurel (T. c.: 163).

S'a mai primit o foarte bună soluţie la problema V: 423, care nu era semnată.

EXERCIȚII PROPUSE

Soluțiile exercițiilor propuse în acest număr se primesc până la 1 Februarie 1939

Clasa III-a. *Exerc. 51.* Să se arate, fără a extrage rădăcina că

$$\sqrt{63^2 + 2 \cdot 84^2 + 112^2}$$

este exactă.

C. I. B.

III. 52. Două fracții ordinare subunitare sunt astfel că termenii primei fracții sunt numere prime și deasemenea termenii celeilalte fracții. Cele patru numere, care sunt termenii celor patru fracții, sunt diferite între ele.

Câtul celor două fracții este $\frac{77}{65}$, iar suma lor o fracție subunitară. Să se afle aceste fracții.

GH. D.

III. 53. Pe laturile opuse ale unui paralelogram se ia segmente egale în sensuri opuse:

$$\overline{AM} = \overline{CN} \text{ și } \overline{BP} = \overline{DQ}.$$

Să se arate că MPNQ este tot un paralelogram cu același punct de întâlnire al diagonalelor.

N. M.

III. 54. Un triunghiu isoscel ABC are unghiul din A de 40^0. Pe prelungirea bazei $\overline{BC}$ se ia în afară segmentele $\overline{BD} = \overline{CE}$, apoi se construiesc pe laturile AB și AC triunghiurile echilaterale ABF și ACG. Se cere:

1°. Să se afle câte grade au unghiurile $\widehat{FBD}$ și $\widehat{GCE}$.

2°. Să se demonstreze că $\overline{EF} = \overline{DG}$.

3°. Să se demonstreze că dreptele $\overline{EF}$ și $\overline{DG}$ se întâlnesc pe bisectoarea unghiului A.

G. D. S.

III. 55. Fie ABCD un paralelogram oarecare. Pe $\overline{AB}$ ca latură, se construeşte patratul ABEF, iar pe $\overline{CD}$ ca latură, se construeşte patratul CDGH, ambele patrate fiind în exteriorul paralelogramului.

1°. Se cere să se demonstreze că patrulaterele ABHG, BHCE, CDFE, AGDF şi BGDE sunt paralelograme.

2°. Se notează că M, N, P, Q respectiv centrele paralelogramelor ABHG, BHCE, CDFE, AGDF. Să se demonstreze că $\Delta PNE = \Delta QMG$ şi apoi că patrulaterul MNPQ este paralelogram.

GH. D.

III. 56. Să se arate că într'un dreptunghiu oarecare ABCD, distanţa dela vârful A la diagonala BD este egală cu distanţa dela vârful C la dreapta dusă prin B şi paralelă cu diagonala $\overline{AC}$.

C. I. Ţ.

Clasa IV-a. *Exerc. 372.* Să se calculeze:

$$[(a-3b)^3+(a-b)^3+(a+b)^3+(a+3b)^3]^3.$$

C. I. B.

IV. 373. Să calculeze expresiunile:

$$E \equiv (x+2y)^2-(3x+y)(3x-y)+2(2x-y)^2+y(4x+7y)$$

$$F \equiv (2x+3y-1)(3x+2y-1)-6(x+y)^2-(x-1)(y-1)+4(x+y).$$

N. M.

IV. 374. Să se arate că:

$$a(c-b^2)-b(c-a^2)=(a-b)(c+ab)$$

$$a(c-b^2)+b(c-a^2)=(a+b)(c-ab)$$

$$a(c+b^2)+b(c+a^2)=(a+b)(c+ab)$$

$$a(c+b^2)-b(c+a^2)=(a-b)(c-ab)$$

$$a(c-b)^2-b(c-a)^2=a(c+b)^2-b(c+a)^2$$

$$a(c+b)^2+b(c-a)^2=a(c-b)^2+b(c+a)^2.$$

C. I. Ţ.

IV. 375. Să se verifice identitatea:

$$(a+b+c+1)^2+2abc+ab(1+a+b)+bc(1+b+c)+ac(1+a+c)$$
$$\equiv(1+a+b)(1+b+c)(1+a+c).$$

C. I. Ţ.

IV. 376. Să se arate, că:

$$a(a^2-1)(b^4-6b^2+1)+b(b^2-1)(a^4-6a^2+1)$$
$$\equiv(ab-1)(a+b)[(ab-1)^2-(a+b)^2].$$

C. I. Ţ.

IV. 377. Să se arate, că:

$$x^2[2+(1-x)^2-x^2]+(1-x)^2[2-(1-x)^2+x^2]=1.$$

N. M.

IV. 378. Fiind date două cercuri O şi I de raze R şi r, să se construiască o secantă comună pe care cercurile O şi I să determine coarde proporţionale respectiv cu razele lor şi a căror sumă să fie o lungime dată l.

Discuţie: Numărul soluţiunilor în cazul când problema este posibilă. Alte proprietăţi ale figurei construite.

O. N. Ţ.

IV. 379. Pe cercurile date O şi O' luăm punctele A şi A' respectiv; iar pe tangentele AT şi A'T' (la aceste cercuri) paralele între ele, luăm două segmente $\overline{AB}$ şi $\overline{A'B'}$ respectiv proporţionale cu razele R şi R'. Dreptele AA' şi BB' se întâlnesc într'un punct I aşezat de dreapta centrelor.

O. N. Ţ.

IV. 380. Fie două cercuri O şi O' de raze R şi R'.

Din centrul O ducem tangente la cercul O' şi reciproc din centrul O' tangente la cercul O. Cele patru tangente determină două puncte A şi B, dreapta AB fiind aşezată între cele două centre O şi O'. Să se calculeze *aria* şi *perimetrul* patrulaterului OAO'B, exprimate în raport cu razele R, R' şi distanţa centrelor d.

O. N. Ţ.

IV. 381. Să se construiască un patrat şi un triunghiu echilateral cu ariile (echivalente) de 13 cm^2.

C. I. Ţ.

Clasa V-a. *Exerc. 435.* Dacă

$$\frac{a}{a_1}=\frac{b}{b_1}=\frac{c}{c_1}=\frac{\alpha}{\alpha_1}=\frac{\beta}{\beta_1}=\frac{\gamma}{\gamma_1},$$

să se simplifice fracţia:

$$\frac{a_1b_1c_1\,x^3-(a_1b_1c+a_1c_1b+b_1c_1a)\,x^2+(a_1bc+ab_1c+abc_1)\,x-abc}{\alpha_1\beta_1\gamma_1\,x^3-(\alpha_1\beta_1\gamma+\alpha_1\gamma_1\beta+\beta_1\gamma_1\alpha)\,x^2+(\alpha_1\beta\gamma+\alpha\beta_1\gamma+\alpha\beta\gamma_1)\,x-\alpha\beta\gamma}.$$

C. I. B.

V. 436. Să se arate că avem egalităţile:

$$1-\frac{(1+a-a\sqrt{2})(1+b-b\sqrt{2})}{(1-a+\sqrt{2})(1-b+\sqrt{2})}$$

$$=\frac{1+a-a\sqrt{2}}{1-b+\sqrt{2}}+\frac{1+b-b\sqrt{2}}{1-b+\sqrt{2}}=2(\sqrt{2}-1)$$

$$\frac{(1-a+\sqrt{2})(1-b+\sqrt{2})}{(1+a-a\sqrt{2})(1+b-b\sqrt{2})}\cdot-1$$

$$=\frac{1-a+\sqrt{2}}{1+a-a\sqrt{2}}+\frac{1-b+\sqrt{2}}{1+b-b\sqrt{2}}=2(\sqrt{2}+1).$$

C. I. Ţ.

V. 437. Să se arate că:

$$(x+1)^4\left(x-2-\frac{3}{x+1}+\frac{4}{(x+1)^2}-\frac{5}{(x+1)^3}+\frac{6}{(x+1)^4}\right)$$

$$=x(x-1)^3\left(x+5+\frac{7}{x-1}-\frac{13}{(x-1)^2}+\frac{2}{(x-1)^2}\right)$$

$$=(x^2+1)^2\left(x+2-\frac{17+7x}{x^2+1}+\frac{15-17x}{(x^2+1)^2}\right)$$

$$=x(x^4+2x^3-5x^2-13x-13).$$

C. I. Ţ.

V. 438. Dacă $a+b+c+ab+bc+ca=1+abc$, avem:

$$\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{(a+1)(b+1)(c+1)}{\sqrt{(1+a^2)(1+b^2)(1+c^2)}}}+2\frac{1+\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ca}}{\frac{(a+1)(b+1)(c+1)}{(a-1)(b-1)(c-1)}}-1$$

$$=2\cdot\frac{\frac{a}{a^2+1}+\frac{b}{b^2+1}+\frac{c}{c^2+1}}{\frac{a^2-1}{a^2+1}+\frac{b^2-1}{b^2+1}+\frac{c^2-1}{c^2+1}}.$$

C. I. Ţ.

V. 439. Fie M un punct pe un cerc şi o tangentă (T) în T; două drepte ce trec prin M, simetrice faţă de MT taie cercul în N şi P. N' şi P' fiind puncte analoage, obţinute cu o altă pereche de drepte simetrice, să se arate că cercurile MNP, MN'P' sunt tangente.

N. M.

V. 440. Diagonalele unui patrulater ABCD se taie în punctul O. Bisectoarea unghiului AOB taie laturile opuse AB şi CD respectiv în E şi F. Să se arate că avem relaţia:

$$\frac{\frac{1}{OE}}{\frac{1}{OF}}=\frac{\frac{1}{OA}+\frac{1}{OB}}{\frac{1}{OC}+\frac{1}{OD}}.$$

G. D. S.

V. 441. Se consideră un triunghiu dreptunghiu OAB. Pe ipotenuza $\overline{OB}$ se construeşte în afară alt triunghiu dreptunghiu OBC, cu ipotenuza $\overline{OC}$, astfel încât $\sphericalangle COB = 2\sphericalangle BOA$.

Să se demonstreze că avem relaţia:

$$\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\sqrt{\frac{2\overline{OC}}{\overline{OB}+\overline{OC}}}.$$

G. D. S.

V. 442. Să se determine poziția unui cerc de rază dată astfel, încât coardele comune cu două cercuri date să fie de mărimi date.

Discuție.

G. D. S.

V. 443. Pe latura AC a triunghiului ABC se consideră punctele E și F astfel ca AE = EF = FC. Pe latura BC se ia punctul M astfel ca CM = $\frac{1}{3}$ BC, iar intersecția paralelei dusă prin A la BC cu dreapta BE o notăm cu D. Paralela dusă prin C la AB întâlnește pe AD în N. Se cere:

1°. Să se arate că dreapta ce unește mijlocul laturii AB cu punctul N trece prin E, iar dreapta DM trece prin F.

2°. Să se afle raportul în care dreapta BE împarte segmentul CD.

G. D. S.

V. 444. In triunghiul ABC se consideră tangenta $\overline{BT}$ la cercul circumscris; fie BU și BV bisectoarele unghiului ABT; cercurile trecând prin A și B și tangente respectiv la BU, BV taie a doua oară pe AC în M, M'; C este centrul cercului BMM'.

N. M.

V. 445. Să se determine polinomul:

$$x^5 + ax^4 + Ax^3 + Bx^2 + Cx + D,$$

astfel ca să fie divizibil cu $(x^2 - 1)$ și cu $(x^2 - 4)$.

O. N. Ț.

V. 446. Să se scrie expresiunea E subt forma unui produs de factori pozitivi:

$$E = (x + 3)^6 - (x - 3)^6.$$

O. N. Ț.

Clasa VI-a. *Exerc. 424.* Să se arate că:

$$\left(\sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} - \frac{a}{\sqrt{ab(a+b)}}\right)\left(\sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} - \frac{b}{\sqrt{ab(a+b)}}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{a+b}} - \frac{\sqrt{a+b}}{a}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{a+b}} - \frac{\sqrt{a+b}}{b}\right) = \frac{1}{a+b}.$$

C. I. Ț.

VI. 425. Se dau numerele a, b. Să se introducă între ele $2(n-1)$ medii aritmetici, apoi între termenii, de rang n, $n+1$, să se introducă n medii geometrici.

C. I. B.

VI. 426. O progresie geometrică de şase termeni are raţia $\sqrt[10]{5}$, iar ultimul termen $\sqrt[10]{5^{11}}$. Să se găsească primul termen şi suma progresiei, dându-li-se forma cea mai simplă; apoi să se calculeze aceste două elemente cu trei zecimale exacte.

G. D. S.

VI. 427. Două progresii geometrice au acelaşi număr de termeni şi aceeaşi raţie. Ştiind că sumele termenilor sunt *124* şi *93*, primii termeni respectiv *4* şi *3* şi că raţia este un număr întreg şi pozitiv, să se găsească numărul termenilor.

I. AL.

VI. 428. Suma unei progresii aritmetice este *255*, termenul al doilea *8*, iar penultimul *43*. Care este raţia progresiei?

I. AL.

VI. 429. Două progresii aritmetice au acelaşi număr de termeni şi aceeaşi sumă. Dacă primii termeni sunt respectiv *30* şi *10*, iar raţiile *3* şi *7*, să se găsească numărul termenilor ai fiecărei progresii şi ultimul termen al fiecăreia.

I. AL.

VI. 430. Să se calculeze suma următoare:

$$\frac{a^p}{(a+1)^p}+\frac{a^{p-1}}{(a+1)^{p-1}}-\frac{a^{p-2}}{(a+1)^{p-1}}+\frac{a^{p-2}}{(a+1)^{p-2}}-\frac{2a^{p-3}}{(a+1)^{p-2}}+\frac{a^{p-4}}{(a+1)^{p-2}}+\ldots,$$

p fiind întreg pozitiv, iar $a>1$.

O. N. Ţ.

VI. 431. Să se arate că:

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{1+\sin a}}+\sqrt{\frac{1-\sin a}{1+\sin a}}}+\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{1-\sin a}}+\sqrt{\frac{1+\sin a}{1-\sin a}}}=\sqrt{2}$$

$$\frac{1+\sqrt{1+\sin a}}{\sqrt{\frac{1}{1-\sin a}}+\sqrt{\frac{1+\sin a}{1-\sin a}}}=\frac{1+\sqrt{1-\sin a}}{\sqrt{\frac{1}{1+\sin a}}+\sqrt{\frac{1-\sin a}{1+\sin a}}}=\sqrt{2}.$$

C. I. Ţ.

VI. 432. Să se arate că:

$$(\sqrt{\operatorname{cotg} a}+i\sqrt{1-\operatorname{cotg} a})(\sqrt{1-\operatorname{cotg} a}+i\sqrt{\operatorname{cotg} a})=i$$

$$\frac{\sqrt{\operatorname{tg} a}+i\sqrt{1-\operatorname{tg} a}}{\sqrt{1-\operatorname{tg} a}+i\sqrt{\operatorname{tg} a}}=2\sqrt{\operatorname{tg} a(1-\operatorname{tg} a)}+i(1-2\operatorname{tg} a)$$

unde

$$i^2=-1.$$

C. I. Ţ.

VI. 433. a şi b fiind arce în primul cadran, avem egalităţile:

$$2[1+\sqrt{\sin a\sin b}-\sqrt{(1-\sin a)(1-\sin b)}]$$

$$[1-\sqrt{\sin a(1-\sin b)}+\sqrt{\sin b(1-\sin a)}]=$$

$$=(\sqrt{\sin a}+\sqrt{\sin b}+\sqrt{1-\sin a}-\sqrt{1-\sin b})^2$$

şi

$$2[1+\sqrt{\sec a\sec b}+\sqrt{(1-\sec a)(1-\sec b)}]$$

$$[1-\sqrt{\sec a(1-\sec b)}+\sqrt{\sec b(1-\sec a)}]=$$

$$=(\sqrt{\sec a}+\sqrt{\sec b}+\sqrt{1-\sec a}-\sqrt{1-\sec b})^2.$$

C. I. Ţ.

VI. 434. Oricare ar fi x, avem egalitățile:

$$\sin a\,(x+\cos^2 b)-\sin b\,(x+\cos^2 a)=(\sin a-\sin b)\,(x+1+\sin a\,\sin b)$$

$$\sec a\,(x+\operatorname{tg}^2 b)-\sec b\,(x-\operatorname{tg}^2 a)=(\sec a-\sec b)\,(x+1+\sec a\,\sec b)$$

$$\operatorname{tg} a\,(x+\sec^2 b)-\operatorname{tg} b\,(x-\sec^2 a)=(\operatorname{tg} a-\operatorname{tg} b)\,(x-1+\operatorname{tg} a\,\operatorname{tg} b).$$

C. I. Ț.

VI. 435. Fie

$$\cos\varphi=\tfrac{1}{2}(a^2-1)\sqrt{4-a^2}.$$

Să se afle $\sin\varphi$.

N. M.

Clasa VII-a. *Exerc. 366.* Când sistemul

$$13x+17y=19$$

$$78x+102y=a$$

$$169x+221y=b$$

este compatibil?

C. I. B.

VII. 367. Să se găsească condiția ca sistemul:

$$x\sin\theta+y\cos\theta=a\sin\theta$$

$$x\cos\theta-y\sin\theta=a\cos\theta+b$$

$$xa\sin\theta+y\,(a\cos\theta+b)=0$$

să fie compatibil ($\theta\neq 0$), apoi să se rezolve.

G. D. S.

VII. 368. Să se elimine p, p' între

$$\begin{vmatrix} 2x & 0 & 1 \\ m & m' & 1 \\ p & p' & 1 \end{vmatrix}=0, \qquad \begin{vmatrix} 0 & 2y & 1 \\ n & n' & 1 \\ p & p' & 1 \end{vmatrix}=0$$

$$\alpha\,(p-n)+\beta\,(p'-m')=0.$$

Să se arate că eliminantul este de gradul 1 în x și y.

N. M.

VII. 369. Să se arate că:

$$\begin{vmatrix} -2 & \sin a-\cos a & 2\sin 2a & \sin 3a+\cos 3a \\ \sin a-\cos a & \sin 2a & \sin 3a+\cos 3a & \cos 4a \\ 2\sin 2a & \sin 3a+\cos 3a & 2\cos 4a & \cos 5a-\sin 5a \\ \sin 3a+\cos 3a & \cos 4a & \cos 5a-\sin 5a & -\sin 6a \end{vmatrix} = 0.$$

C. I. Ţ.

VII. 370. Să se demonstreze că:

$$\begin{vmatrix} \operatorname{cotg}\alpha & 1 & \operatorname{cotg}\alpha \\ \operatorname{cotg}2\alpha & 1 & \operatorname{tg}\alpha+\operatorname{cotg}2\alpha \\ \operatorname{cotg}3\alpha & 1 & 2\operatorname{tg}\alpha+(1-\operatorname{tg}^2\alpha)\operatorname{cotg}3\alpha \end{vmatrix} \equiv \frac{1}{2\cos^2\alpha\,(4\cos^2\alpha-1)}.$$

G. D. S.

VII. 371. Să se calculeze valoarea determinantului

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \cos x & \sin x & \sin 2x \\ \cos^3 x & \sin^3 x & \sin^3 2x \end{vmatrix}.$$

Să se găsească valorile lui x pentru care determinantul este nul.

O. N. Ţ.

VII. 372. Să se discute sistemul de ecuaţiuni

$$x+y+z=1$$

$$x\sin\varphi+y\sin^2\varphi+z\sin^3\varphi=\sin^4\varphi$$

$$x\cos\varphi+y\cos^2\varphi+z\cos^3\varphi=\cos^4\varphi$$

şi să se rezolve în cazul când este compatibil şi determinat.

O. N. Ţ.

VII. 373. Să se determine valori pentru φ astfel ca sistemul de ecuaţiuni

$$x\cos\varphi + y\,\mathrm{tg}\varphi = +1$$

$$x\sin\varphi - y\,\mathrm{cotg}\varphi = -1$$

$$x(2-\sin 2\varphi) + y(2+\sin 2\varphi) = 2\cos\varphi - 2\sin\varphi$$

să fie compatibil şi să se rezolve în aceste cazuri.

O. N. Ţ.

VII. 374. Să se arate că dacă

$\sin a + \cos a = A$, $\sin b + \cos b = B$, $\sin c + \cos c = C$, avem:

$$\begin{vmatrix} A & B & C \\ \sin 2a & \sin 2b & \sin 2c \\ \sin 3a - \cos 3a & \sin 3b - \cos 3b & \sin 3c - \cos 3c \end{vmatrix}$$

$$= \tfrac{1}{2}(A-B)(B-C)(C-A)(A+B+C+ABC).$$

C. I. Ţ.

VII. 375. Să se rezolve sistemul de ecuaţiuni:

$$a[x-(n+p)z] - m[y-(b+c)z] + b + c = 0$$

$$b[y-(p+m)x] - n[z-(c+a)x] + c + a = 0$$

$$c[z-(m+n)y] - p[x-(a+b)y] + a + b = 0.$$

Discuţie.

C. I. Ţ.

Clasa VIII-a. *Exerc. 269.* Se dă un cerc cu centrul în origina axelor de coordonate şi raza 1, dreapta $3x + 2y - 6 = 0$. Să se scrie ecuaţia unui cerc tangent cercului dat şi dreptei date în punctul de abscisă 1.

C. I. B.

VIII. 270. Să se afle aria $\mathcal{A}$ cuprinsă între dreapta $ax + 2a^2y = 1$ şi parabola $y = x^2$. Dacă $a = 3$, atunci $48\mathcal{A} = 1$.

N. M.

VIII. 271. Tangenta la cercul

$$x^2 + y^2 = \left(p - \frac{q}{\lambda}\right)\left(x - \frac{y}{\lambda}\right)$$

în punctul de pe Ox, diferit de origine, trece printr'un punct fix $P(p, q)$ când λ variază.

N. M.

VIII. 272. Se dau curbele:

(C) $\qquad y = x^3$

(C') $\qquad y = -2\alpha x^2 + 3\alpha^2 x.$

1°. Să se calculeze ariă cuprinsă între curba (C') şi axa Ox.

2°. Să se calculeze aria cuprinsă între curbele (C) şi (C') în primul cadran şi să se arate că raportul celor două arii este constant când α variază.

G. D. S.

VIII. 273. Să se calculeze aria cuprinsă între curba

$$y = \frac{x}{\sqrt{x+1}}, \text{ dreapta } y = \frac{3}{2} \text{ şi axa } Oy.$$

G. D. S.

VIII. 274. 1°. Să se scrie ecuaţia generală a cercurilor ce trec prin origina axelor de coordonate şi au centrul C pe dreapta $y = 2x$.

2°. Dintre aceste cercuri să se determine acelea care sunt tangente dreptei $y = -2$.

3°. Notând cu M şi N punctele unde unul din cercuri taie a doua oară axa Ox şi dreapta Oc, să se afle locul geometric a intersecţiei tangentelor în M şi N la cerc, când acesta variază.

G. D. S.

VIII. 275. Să se arate că:

$$\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}+i\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^3=\frac{8}{\sqrt{2}}(1+i)$$

$$\left(\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+i\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}\right)^4=8(\sqrt{3}+i)$$

$$\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}+i\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{24}=2^{24}$$

unde $i^2=-1$.

C. I. Ţ.

VIII. 376. Să se calculeze aria cuprinsă între curba $y=e^x$, tangenta la această curbă în punctul de abscisă zero şi ordonata corespunzătoare lui $x=a$.

Să se arate că această arie tinde la infinit odată cu a.

V. Gh.

Toate clasele. *Exerc. 170.* Dacă $\varphi(I)$ este indicatorul lui I, atunci avem:

$$\varphi(101!)>100!$$

I. L.

T. C. 171. Produsul numerelor de forma $(8n+3)$ este de forma $(8n+1)$ dacă numărul lor este par şi de forma $(8n+3)$ dacă este impar.

I. L.

T. C. 172. Orice număr întreg de forma $(4n^4+1)$, afară de 5, este produsul a două numere întregi.

I. L.

T. C. 173. Să se arate că numărul

$$N=5^{4n}+2^{2(2n+1)}$$

nu poate fi niciodată prim, n fiind un întreg pozitiv.

I. L.

T. C. 174. Să se arate că numărul

$$N = 6^{6(2n+1)} + 1$$

se poate descompune cel puțin într'un produs de trei numere întregi.

I. L.

T. C. 175. Să se arate că expresiunea:

$$E = n^4(6n^{10} - 43n^8 + 121n^6 - 167n^4 + 113n^2 - 30)$$

se divide cu 10080, n fiind un întreg oarecare.

C. I. Ț.

T. C. 176. Să se arate că expresiunile:

$$E_1 = n^3(3n^6 - 8n^4 + 7n^2 - 2)$$

$$E_2 = n^4(-3 + 8n^2 - 7n^4 + 2n^6)$$

sunt divizibile cu 720, n fiind un întreg oarecare.

C. I. Ț.

T. C. 177. Să se arate că expresiunea:

$$E = n^2(12n^{12} + 84n^{11} + 83n^{10} - 11n^8 + 66n^4 + 99n^3 + 43n^2 + 15n + 5)$$

este divizibilă cu 396, n fiind un întreg oarecare.

C. I. Ț.

ERATĂ. La exercițiul IV. 363, în primele trei rânduri care dau pe x, y şi z se va pune după primele două paranteze, semnul + (plus) în loc de $\times$, ex.:

$$x = \left(+\frac{2}{3}\right) \times \left(+\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{5}{12}\right) \times (-1) \text{ etc.}$$

INSTRUCȚIUNI

a) Soluțiile exercițiilor se vor scrie cu cerneală, pe sferturi de coală şi numai pe o parte a foii.

Dacă va fi nevoie de mai multe foi pentru soluționarea unui exercițiu, ele se vor coase sau lipi în partea stângă. Figurile, ce vor fi necesare pentru urmărirea exercițiului se vor construi îngrijit, cu cerneală sau tuş, pe foi aparte, având formatul arătat mai sus şi se vor coase sau lipi odată cu soluția.

Nu se vor trimite soluţiile mai multor exerciţii pe aceeaşi foaie.

b) Redactarea soluţiilor se va face astfel :

Sus, se va scrie numărul exerciţiului, dedesubt enunţul astfel cum e publicat în revistă, cu iniţialele propunătorului, apoi soluţia clar compusă, iar la sfârşit, iscălitura rezolvitorului în ordinea următoare :

Nume de botez complet, iniţiala părintelui, numele de familie, însoţite de clasa şi şcoala pe care o urmează.

c) Nu se vor lua în considerare soluţiile iscălite de 2 sau mai mulţi corespondenţi, nici soluţiile exerciţiilor propuse la clase inferioare aceleia în care corespondentul se află. Pentru redijarea soluţiilor a se vedea indicaţiile din Nr. 1, Vol. IV.

d) Soluţiile se primesc timp de 3 luni dela propunerea exerciţiului, numai dela abonaţii „Suplimentului cu Exerciţii" al Gazetei Matematice, pe adresa Locot. C. D. Ionescu-Ţiu, Casa Gazeta Matematică, Calea Griviţei 158, Bucureşti 2.

Drepturile de reproducere rezervate Societăţii «Gazeta Matematică».

Elevii claselor VI, VII şi VIII, cu bogată activitate la această revistă îşi pot lărgi cadrul activităţii soluţionând probleme din „Gazeta Matematică".

„Gazeta Matematică" apare la 15 al fiecărei luni. Costul abonamentului este 200 lei şi se trimite la „Casa Gazeta Matematică", Calea Griviţei 158, Bucureşti 2.

In Biblioteca „Gazetei Matematice" au apărut şi se găsesc la adresa indicată mai sus, următoarele :

III. **N. Abramescu,** Lecţiuni elementare de Algebră superioară, pentru clasa VIII-a ştiinţifică, Ediţia VI-a . . . . . Lei 120

VIII. **A. G. Ioachimescu,** Culegere de Probleme de Algebră. Partea I. Ediţia IV-a revăzută şi mărită . . . . . Lei 120

IX. **G. Em. Filipescu, A. G. Ioachimescu, I. Ionescu, T. Lalescu şi C. Ţiţeica,** Vocabular Matematic . . . . . Lei 20

X. **G. Ţiţeica,** Culegere de Probleme de Geometrie . . Lei 150

XI. **Gazeta Matematică** 1895—1935. Istoric, învăţăminte. Volum jubilar (500 pag.) . . . . . { pentru particulari . . . . . Lei 200 / pentru abonaţii G. M. şi S. G. M. . . Lei 150

XII. **V. Cristescu,** Culegere de Probleme de Trigonometrie. Partea I. (Goniometrie) revăzută şi adăugită de *Gh. Th. Gheorghiu* . . . . Lei 95

XIII. **I. Ionescu,** Culegere de Probleme de Aritmetică. Partea I. Aritmetica raţionată . . . . . Lei 190

XIV. **V. Cristescu,** Culegere de Probleme de Trigonometrie. Partea II-a. (Trigonometrie plană). Ediţia II-a revăzută şi adăugită de *Gh. Th. Gheorghiu* . . . . . Lei 125

Suplimentul cu Exerciţii { Abonamentul anual (9 numere) . Lei 50 / Un an vechi (9 numere) . . . Lei 100

La aceste preţuri se vor adăuga taxele poştale pentru expediţie.

MONITORUL OFICIAL ŞI
IMPRIMERIILE STATULUI
IMPRIMERIA NAŢIONALĂ
:: BUCUREŞTI — 1938 ::

C. 52.789

BIBLIOTECA CENTRALĂ
ASOCIAȚIUNII
SIBIIU

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL V. No. 3 1 DECEMVRIE 1938

SOCIETATEA GAZETA MATEMATICĂ
CALEA GRIVIŢEI, 158. BUCUREŞTI 2

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL V. No. 3 — 1 DECEMVRIE 1938

ABONAMENTUL LEI 50 PE AN (9 numere)

Soluţii, abonamente şi orice corespondenţă pe adresa:

Locot. C. D. IONESCU-ŢIU

Casa «Gazeta Matematică», Calea Griviţei 158. — Bucureşti 2

EXERCIŢII REZOLVATE

Clasa VII-a. *Exerc. 351. Să se studieze variaţia diagonalei unui dreptunghiu ştiind că aria corpului ce se obţine prin rotirea în jurul unei laturi este* $2\pi a$ *?*

C. I. B.

Notăm y lungimea diagonalei dreptunghiului, z lungimea laturii în jurul căreia rotim, x lungimea celeilalte laturi.

Avem relaţiile:

$$y^2 = x^2 + z^2 \quad , \quad x(x+z) = a.$$

Eliminând pe z,

$$y^2 = x^2 + \left(\frac{a - x^2}{x}\right)^2 = \frac{2x^4 - 2ax^2 + a^2}{x^2}.$$

$$2yy' = \frac{x^2(8x^3 - 4ax) - 2x(2x^4 - 2ax^2 + a^2)}{x^4} = \frac{4x^4 - 2a^2}{x^3} \therefore$$

$$y' = \frac{2x^4 - a^2}{x^3 y}.$$

Valoarea reală şi pozitivă care anulează derivata este

$$x = \sqrt[4]{2}\,\sqrt{a}$$

care corespunde unui minim.

VII. 352. Să se studieze variația ariei corpului ce se obține rotind un dreptunghiu în jurul unei laturi știind că diagonala este constantă.

C. I. B.

Notăm a lungimea diagonalei, y lungimea laturii în jurul căreia rotim, x lungimea celeilalte laturi, S aria corpului considerat în problemă. Avem:

$$x^2 + y^2 = a^2.$$

$$S = 2\pi x (x + y) = 2\pi x \left[x + \sqrt{a^2 - x^2}\right].$$

Condiția ca S să fie real este deci

$$a^2 - x^2 \geqslant 0,$$

sau

$$x < a.$$

$$\frac{S'}{2\pi} = 2x + \sqrt{a^2 - x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{2x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 - 2x^2}{\sqrt{a^2 - x^2}}.$$

Pentru extreme

$$2x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 - 2x^2 = 0. \qquad (1)$$

$$2x\sqrt{a^2 - x^2} = 2x^2 - a^2$$

$$4x^2(a^2 - x^2) = 4x^4 - 4a^2x^2 + a^4.$$

Deci

$$8x^4 - 8a^2x^2 + a^4 = 0.$$

$$x^2 = \frac{4a^2 \pm \sqrt{16a^4 - 8a^4}}{8} = \frac{(2 \pm \sqrt{2})\, a^2}{4}$$

$$x = \pm\sqrt{2 \pm \sqrt{2}} \cdot \frac{a}{2}.$$

Excluzând soluțiile negative care nu sunt proprii problemei și cercetând dacă soluțiile rămase verifică (1), găsim unica soluție a problemei

$$x = \frac{a}{2}\sqrt{2 + \sqrt{2}},$$

care se găsește și în intervalul (o, a). Aceasta corespunde unui maxim.

Pentru toate clasele. *Exerc. 146. Un număr de patru cifre este produsul a patru factori primi şi are drept indicator $2^6 . 3$, care este acel număr?*

I. L.

Ştiind că N are patru factori primi şi $\varphi(N) = 2^6 . 3$, atunci formele ce le poate avea sunt:

$2^\alpha . (2^\beta + 1)(2^\gamma + 1)(2^\delta . 3 + 1)$ unde $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 7$

$2^\alpha . 3 . (2^\beta + 1)(2^\gamma . 3 + 1)$ « $\alpha + \beta + \gamma = 6$

$2^\alpha . 3^2 . (2^\beta + 1)(2^\gamma + 1)$ « $\alpha + \beta + \gamma = 6.$

Parantezele reprezintă factori primi diferiţi de ceilalţi.

Făcând toate încercările posibile, constatăm că nu avem soluţie pentru N de patru cifre.

Notă. In enunţul exact a fost $\varphi(N) = 2^6 . 3^2$, care însă s'a cules eronat la tipar. In acest caz N ar fi avut formele:

$2^\alpha . (2^\beta + 1)(2^\gamma + 1)(2^\delta . 3^2 + 1)$ unde $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 7$

$2^\alpha . 3^2 . (2^\beta + 1)(2^\gamma . 3 + 1)$ „ $\alpha + \beta + \gamma = 6$

$2^\alpha . 3^3 . (2^\beta + 1)(2^\gamma + 1)$ „ $\alpha + \beta + \gamma = 6$

$2^\alpha . (2^\beta + 1)(2^\gamma . 3 + 1)(2^\delta . 3 + 1)$ „ $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 7$

$(2^\alpha + 1)(2^\beta + 1)(2^\gamma + 1) . 3^3$ „ $\alpha + \beta + \gamma = 5$

$(2^\alpha + 1)(2^\beta + 1)(2^\gamma . 3 + 1) . 3^2$ „ $\alpha + \beta + \gamma = 5$

$(2^\alpha + 1)(2^\beta . 3 + 1)(2^\gamma . 3 + 1) . 3$ „ $\alpha + \beta + \gamma = 5$

$(2^\alpha + 1)(2^\beta + 1)(2^\gamma . 3 + 1)(2^\delta . 3 + 1)$ „ $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 6$

In care caz s'ar găsi numerele:

$1365 = 5 . 3 . 7 . 13$	$2220 = 2^2 . 3 . 5 . 37$
$1820 = 2^2 . 5 . 7 . 13$	$2340 = 2^2 . 3^2 . 5 . 13$
$1938 = 2 . 3 . 17 . 19$	$2520 = 2^3 . 3^2 . 5 . 7$
$2190 = 2 . 3 . 5 . 73$	$3590 = 2 . 3^3 . 5 . 17.$

T. C. 147. Dacă după un număr prim de două cifre scriem dublul lui, atunci obţinem un număr de patru cifre, produsul a patru factori primi; care este acel număr?

I. L.

Avem:

$$N = 1000 \cdot a + 100 \cdot b + 2 \cdot (10 \cdot a + b) = 2 \cdot 3 \cdot 17 \cdot (10 \cdot a + b)$$

unde $(10 \cdot a + b)$ trebue să fie prim, deci poate să fie:

$$11,\ 13,\ 19,\ \ldots\ 97$$

adică problema admite *20* de soluțiuni.

T. C. 151. Dacă $S(n)$ *reprezintă suma resturilor împărțirei numărului întreg* n, *prin fiecare întreg care îl precede, atunci să se arate că avem:*

$$S(1937) - S(1938) = 445.$$

I. L.

Se știe că («Théorie des Nombres» par E. LUCAS, pag. 374) dacă $S(n)$ reprezintă suma resturilor diviziunei lui n prin fiecare întreg ce îl precede și $\sigma(n)$ suma divizorilor lui n, atunci avem:

$$S(n) + \sigma(n) = S(n-1) + 2n - 1.$$

Ori, dacă

$$n = 1938 = 2 \cdot 3 \cdot 17 \cdot 19,$$

atunci

$$\sigma(n) = 4320,$$

prin urmare:

$$S(1937) - S(1938) = 445.$$

Până la 10 Noemvrie s'a primit soluțiuni bune pentru exercițiile publicate în numerele 1 și 2 dela [1]):

Liceul de fete „Carmen Sylva" București.

Clasa IV-a: PETROV ANDREICA (IV: 362, 3), PILEA VICTORIA (IV: 362, 3).— *Clasa V-a:* VASILESCU O. ALEXANDRA (V: 436, 7). — *Clasa VI-a:* GRIGORIU MARGA (VI: 424*), VASILIU C. MARGARETA (VI: 424). — *Clasa VII-a:* BASILESCU A. NICOLAETA (T. c.: 163), CONTESCU GABRIELA (VII: 358, T. c.: 163), MAYER SILVIA (VII: 358), MELLINGER A. EDITH (T. c.: 163), PĂIȘ GABRIELA (VII: 358), PETROVAN SIMONA (VII: 358, T. c.: 163), WALTER STELA (VII: 358). — *Clasa VIII-a*: BĂDULESCU VIORICA (VIII: 263, T. c.: 163), ENE EUGENIA (VIII: 261*).

1) Semnul * însoțește numărul unui exercițiu rezolvat foarte bine.

Şcoala Centrală „Marica Brâncoveanu“ Bucureşti.

Clasa III-a: Dumitrescu N. Alexandrina (III: 48), Duţă Silvia (III: 46*, 9), Popescu Niculina (III: 46*, 9), Sălăgeanu Elisabeta (III: 46*), Teodorescu Viorica (III: 46*). — *Clasa VI-a:* Halunga Speranţa (VI: 424*, 6). — *Clasa VII-a:* Miu Gherghina (VII: 358). — *Clasa VIII-a:* Alexe C. Lucia (VIII: 261*, 3), Dumitrescu Jeana (VIII: 261*, 3).

Liceul de fete „Regina Maria“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Gereanu Eugenia (VI: 414, 5*, 21).

Institutul de fete „Pompilian“ Bucureşti.

Clasa V-a: Nestorescu Maria (V: 433). — *Clasa VI-a:* Predoleanu E. Lya (VI: 424). — *Clasa VIII-a:* Glück Antonia (VII: 357).

Liceul „Iulia Hajdeu“ Bucureşti.

Clasa III-a: Marinescu A. Maria (III: 43). — *Clasa V-a:* Agapie Gh. Elena (V: 424, 5*, 33, 45, T. c.: 163, 71).

Liceul „Choisy Mangâru“ Bucureşti.

Clasa VII-a: Feher E. (VII: 359).

Liceul de fete Câmpina.

Clasa IV-a: Ţiţei I. Elena (IV: 373, 4, 5*, 6*).

Liceul de fete „Regina Maria“ Cluj.

Clasa V-a: Nimberger Martha (V: 445).

Liceul „Regina Maria“ Chişinău.

Clasa VIII-a: Artemescu Neonila (VIII: 270).

Liceul de fete „Carmen Sylva“ Timişoara.

Clasa IV-a: Doina V. Anica (IV: 364, 74*), Filimon Florica (IV: 374*), Golea I. Anica (IV: 374*, 7), Klauber I. Livia (IV: 363, 8, 73, 4, 7). — *Clasa VII-a:* Adler Edith (VII: 358*, 9, 64), Domonkos Erika (VII: 358*, 9, 64, 5), Kecian N. Ana (T. c.: 162).

Liceul „Principesa Elena“ Turnu-Severin.

Clasa VIII-a: Câmpeanu I. Elvira (VIII: 261*, 3, T. c.: 163).

Liceul „Spiru Haret“ Bucureşti.

Clasa III-a: Ivanovici N. C. (III: 46). — *Clasa IV-a:* Mişu S. N. (IV: 364, 7), Muntz M. C. (IV: 367), Paulian N. F. (IV: 362*, 6, 72, 3, 4*, 5*, 6*, 7, T. c.: 164), Simion A. (IV: 367), Teodorescu A. (IV: 377), Wechsler A.

H. (IV: 367). — *Clasa VII-a:* Grigoriu D. (VII: 358). — *Clasa VIII-a:* Actarian H. V. (VIII: 273, 5), Caveschi A. A. (VIII: 273, 5*), Cernovodeanu I. I. (VIII: 273, 5*), Niculescu I. D. (VIII: 261, 3, 8), Stănculescu I. M. (VIII: 261, 3, 8, T. c.: 162, 3, 4).

Liceul „Gh. Lazăr" Bucureşti.

Clasa V-a: Iliescu-Brânceni C. (V: 427, 46, T. c.: 171), Stănescu N. G. (T. c.: 164). — *Clasa VI-a:* Petrescu I. (VII: 359, 64, VIII: 261*, 4. T. c.: 162*, 3, 8). — *Clasa VII-a:* Vasilescu-Stabu A. M. (T. c.: 166*, 7, 8, 9),

Liceul „Matei Basarab" Bucureşti.

Clasa IV-a: Alexandrescu C. C. (IV: 362), Bercovici A. L. (IV: 374, 6), Buescu R. (IV: 362, 74), Ghelber G. A. (IV: 362), Tudori C. E. (IV: 373). — *Clasa VI-a:* Vaida M. G. (VI: 424).

Liceul „Mihai Viteazul" Bucureşti.

Clasa VI-a: Beno S. M. (T. c.: 163), Posmantir S. H. (VI: 424, T. c.: 162). — *Clasa VII-a:* Nicolescu T. (VII: 358).

Liceul „Mihail Eminescu" Bucureşti.

Clasa VII-a: Leibovici S. (VII: 338, 9), Savovici T. T. (VII: 358, T. c.: 163).

Liceul „G. Şincai" Bucureşti.

Clasa VIII-a; Cetăţeanu St. (T. c.: 163, 6, 8).

Liceul „Titu Maiorescu" Bucureşti.

Clasa VII-a: Călin I. (VII: 358). — *Clasa VIII-a:* Bodnărescu M. H. (VIII: 261*, 2*, 3*).

Institutul „Schewitz Thierrin" Bucureşti.

Clasa VI-a: Mărcărit I. N. (VI: 424, 32).

Liceul „Aurel Vlaicu" Bucureşti.

Clasa VI-a: Neaţă I. M. (VI: 424). — *Clasa VIII-a:* Georgescu N. C. (VIII: 261).

Colegiul Naţional „Sf. Sava" Bucureşti.

Clasa VI-a: Ciurescu I. F. (VI: 424), Gheorghiadi G. G. (VI: 412*, 7, 8, 9). — *Clasa VIII-a:* Bădulescu N. (VIII: 271*).

Liceul „Libros" Bucureşti.

Clasa VIII-a: Segal J. (VIII: 261, 3, 4, 7, T. c.: 163).

Liceul „Sf. Andrei“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Schenk M. E. (VI: 424).

Şcoala „Evanghelică“ Bucureşti.

Clasa VII-a: Goldenberg P. (VII: 367, 70, 1).

Liceul „Moise Nicoară“ Arad.

Clasa III-a: Grecu S. (III: 46), Moldt G. (III: 56), Omescu I. (III: 46). — *Clasa IV-a:* Grozescu T. T. (IV: 373*, 4, 5, 7), Nistor I. I. (IV: 363, 73, 4, 5, 6, 7, V: 424, 5*), Popa T. T. (IV: 363*, 73*, 6, 7*), Ştefănescu I. (IV: 373, 7). — *Clasa VI-a:* Gligor I. I. (VI: 414*, 5*, 21, 2, 4*, 32*, 3, 5, T. c.: 164), Luca I. I. (VI: 415*, 6*, 21, 2, 4*, 32*, 5), Maghiar G. (VI: 435), Pop I. V. (VI: 412*, 4*, 25*, 35), Simon P. (VI: 415*, 21, T. c.: 163). — *Clasa VIII-a:* Ban T. V. (VIII: 261*), Borneas I. M. (VIII: 261*, 3, 70*, T. c.: 163), Mureşan I. O. (VIII: 264, 70*, 5*), Muscă M. M. (T. c.: 163), Pribac G. G. (VIII: 262, 4, 70*), Roth A. (VIII: 266, 70, 1*, T. c.: 163).

Liceul Rom.-Catolic Arad.

Clasa VII-a: Solz L. (VII: 364).

Liceul „Samuil Vulcan“ Beiuş.

Clasa III-a: Vasilescu A. (III: 46, 51, IV: 373, 7). — *Clasa VI-a:* Deheleanu I. G. (VI: 424, 30, 2, VII: 366, T. c.: 163, 76*). — *Clasa VIII-a:* Jidanu I. C. (VIII: 267, 75*, T. c.: 163, 6*, 8, 71, 2, 3, 4, 6*).

Liceul „Sf. Vasile“ Blaj.

Clasa VII-a: Cristea I. N. (VII: 358, T. c.: 163, 8), Isailă N. (VII: 358, T. c.: 163, 8), Oprişa N. (VII: 358, T. c.: 163), Puia S. E. (T. c.: 163), Puşcaş A. (VII: 358, T. c.: 163).

Liceul „Avram Iancu“ Brad.

Clasa V-a: Nicoară L. (V: 423*, 4, 8).

Liceul „N. Bălcescu“ Brăila.

Clasa VII-a: Trefilov I. M. (VII: 358, 9, 64, 7, T. c.: 162, 3).

Liceul „Andrei Şaguna“ Braşov.

Clasa IV-a: Bobancu E. (IV: 362*), Constantin I. G. (IV: 362), Nicoară S. E. (IV: 362, 3), Nicoară S. M. (IV: 363), Pană I. I. (IV: 362), Postăvaru A. C. (IV: 362), Szabo V. I. (IV: 362, T. c.: 163), Taus A. A. (IV: 362). — *Clasa V-a:* Netcu S. A. (V: 427). — *Clasa VII-a:* Nan O. (VII: 358). — *Clasa VIII-a:* Prişcu I. R. (VIII: 264), Scrob L. L. (VIII: 262, 4).

Liceul „Dr. I. Meşotă" Braşov.

Clasa VII-a: Băncilă A. (VII: 358, T. c.: 163), Lupu M. Z. (VII: 358, T. c.: 163, 6), Mincă D. (VII: 358), Rosenzweig S. M. (T. c.: 163, 6).

Liceul „B. P. Hajdeu" Buzău.

Clasa VI-a: Aldea V. M. (VI: 413*, 4*, 5*, 21, 4*, 5, 32, T. c.: 163), Iorgulescu N. F. (VI: 413, 24*, 32, T. c.: 172), Nicolau C. (VI: 414, 6*, 24, 5, T. c.: 163).

Liceul „Ştirbei Vodă" Călăraşi.

Clasa VI-a: Gongea G. I. (VI: 424), Ionescu N. V. (VI: 424), Niţoiu I. G. (VI: 424).

Liceul „D. B. Ştirbei" Câmpina.

Clasa III-a: Catea A. G. (III: 46), Cernat T. M. (III: 46). — *Clasa V-a:* Alexandrescu I. V. (V: 424), Bucuroiu P. A. (V: 424), Cernat T. I. (V: 424), Gherhardt C. T. (V: 424), Niculescu I. G. (V: 424, 46), Nicolescu A. I. (V: 424), Petrovici D. I. (V: 424), Popescu I. I. (V: 424), Popescu C. N. (V: 424), Stăniloiu G. C. (V: 424), Tudose C. I. (V: 424), Ungureanu G. S. (V: 424), Vlădăreanu L. (V: 424), Zissu H. I. (V: 424), Zecheru C. I. (V: 424). — *Clasa VII-a:* Bistriceanu G. A. (VII: 359), Capotă G. G. (VII: 359), Georgescu G. G. (VII: 358, 9), Guess I. I. (VII: 359), Ionescu M. O. (VII: 359), Ionescu N. N. (VII: 359), Mihăilescu C. C. (VII: 358, 9, T. c.: 163*, 5*), Păunescu C. V. (VII: 358, 9), Popescu St. I. (VII: 359), Socolescu G. M. (VII: 358, 9, T. c.: 163*), Vinţescu I. I. (VII: 358, 9).

Liceul „Ioniţă Asan" Caracal.

Clasa V-a: Petrişor I. R. (V: 417, 8, 27, 8, 9).

Liceul militar „Regele Ferdinand I" Chişinău.

Clasa IV-a: Ciobanu I. (IV: 374), Florea V. (IV: 374, 5, 6). — *Clasa V-a:* Cristea I. C. (V: 424, 5, 7*, 8, 9, 45, 6, VI: 624, T. c.: 162, 72, 6), Harea V. (V: 425, 37, 46), Veleanu G. (V: 425). — *Clasa VI-a:* Bidianu M. I. (VI: 421, 4), Grozăvescu V. A. (VI: 424), Ionescu M. C. (VI: 421, 4), Jalbă L. (T. c.: 163), Perjescu D. T. (VI: 421, 4, T. c.: 163), Popescu S. (VI: 424), Sandu T. A. (VI: 424), Vesa R. V. (T. c.: 163). — *Clasa VII-a:* Petcu T. V. (T. c.: 162). — *Clasa VIII-a:* Burghelea C. (VIII: 261*), Enescu D. D. (VIII: 261*, 2, T. c.: 162), Furculiţă G. (VIII: 261*), Ţiţei I. C. (VIII: 262).

Seminarul Pedagogic Universitar Cluj.

Clasa VIII-a: Esca A. A. (VIII: 261), Florian T. T. (VIII: 261*, 3).

Liceul „Gh. Barițiu" Cluj.

Clasa IV-a: Balu G. I. (IV : 373, 4, 5, 7), Vonica D. D. (IV : 374). — *Clasa V-a:* Botta A. A. (V : 424). — *Clasa VII-a:* Fenieș E. O. (VII : 367), Hirsch L. A. (VII : 366*).

Liceul „Mircea cel Bătrân" Constanța.

Clasa VIII-a: Stamatiade G. P. (VIII : 261*, 2. 3).

Colegiul Național Carol I Craiova.

Clasa VIII-a: Georgescu B. (VIII : 261*, 4, 79*).

Liceul „Frații Buzești" Craiova.

Clasa III-a: Marian M. D. (III : 49, 51, 4*, 6*).— *Clasa VII-a:* Marian M. I. (VII : 356, 9, 64), Popescu M. (VII : 358).

Liceul militar Craiova.

Clasa IV-a: Bădescu F. (IV : 369), Dinculescu N. (IV : 369). — *Clasa V-a:* Bărbuceanu V. V. (V : 427, 8), Ceaușu V. (V : 427), Cioc I. (V : 427), Gurău M. T. (V : 427, 8), Mateescu A. (V : 427, 9), Morait R. (V : 427, 8), Nedelea F. I. (V : 427), Pasoi D. (V : 427, 8), Popescu D. V. (V : 428), Tuță I. (V : 427), Zaharia S. (V : 427, 8). — *Clasa VIII-a:* Murariu P. D. (VIII : 267)

Liceul „Unirea" Focșani.

Clasa VIII-a: Turtoiu F. (T. c. : 163, 72).

Liceul „Ion Maiorescu" Giurgiu.

Clasa VII-a: Cherțman S. M. (T. c. : 163).

Liceul militar „General Makarovici" Iași.

Clasa V-a: Beloiu C. (V : 433, T. c. : 163), Bogdan G. (V : 428, 30), Costică D. P. (V : 433, T. c. : 163), Dărângă D. E. (T. c. : 163), Drăghicescu P (V : 423*, 4, 8, 9, 33), Grădinescu E. (V : 424, 7, 33, T. c. : 163), Jipa C. N. (V : 428, 33, T. c. : 163), Miroslav T. (V : 433, T. c. : 163), Oprea G. A. (T. c. : 163), Pârlog I. (V : 433), Petrea V. (V : 433), Popa I. A. (V : 424, 7, 8, 33, T. c. : 163), Romanescu C. (T. c. : 164). — *Clasa VI-a:* Bârzu V. (VI : 424, T. c. : 163), Mihăilescu G. (T. c. : 163), Șerbănescu M. (VI : 413).— *Clasa VII-a:* Cărare Gh. (T. c. : 163), Cârdeiu D. G. (VII : 359, T. c. : 163, 9), Crăciun I. I. (T. c. : 163), Gheorghiu P. (T. c. : 163), Jiletcovici G. A. (VII ; 359, T. c. : 169), Imbru I. (VII : 362, T. c. : 163, 9), Mironescu T. D. (VII : 359, T. c. : 163, 9), Pantelimon (T. c. : 163), Pașcanu I. C. (T. c. : 163), Petrescu A. (VII : 359, T. c. : 163), Prigoreanu G. (T. c. : 163), Potopeanu G. (VI : 358*) Rohr I. A. (T. c. : 163, 9), Savin I. I. (T. c. : 163), Ștefănescu N. L. (T. c. : 163).

Seminarul Pedagogic Iași.

Clasa VII-a: Popescu C. (VII: 363), Tudose A. (VII: 358).

Liceul militar „N. Filipescu" Mânăstirea Dealu.

Clasa V-a: Crăciunescu I. M. (VI: 414*), Dumitrescu O. C. (V: 425*), Floreșteanu D. Al. (V: 425*). — *Clasa VI-a:* Bârlea-Suhățeanu G. V. (VI: 413. 24, 32, 5), Boeru A. (VI: 413, 35), Chintescu M. (VI: 413, 35), Dragomir A. (VI: 413), Nicolaescu I M. (VI: 413, 24, 32, 5), Predoiu N. (VI: 413), Suhățeanu B. G. (VI: 414). — *Clasa VII-a:* Buznea D. D. (T. c.: 162), Staicu I. N. (T. c.: 162).

Liceul „Petru și Pavel" Ploești.

Clasa VII-a: Sarafian A. A. (VII: 359, 67, T. c: 163), State A. D. (VI: 367, 70, 2).

Liceul „Alex. Lahovari" Râmnicul Vâlcea.

Clasa V-a: Stănescu G. (T. c.: 165). — *Clasa VII-a;* Dănescu D. (VII: 358).

Liceul „G. Lazăr" Sibiu.

Clasa VII-a: Bighea I. I. (VII: 364, 8, T. c.: 169).

Liceul militar „Mihai Viteazul" Târgu-Mureș.

Clasa III-a: Georgescu T. (III: 46), Guțu F. (III: 46*). — *Clasa V-a:* Zaharia V. G. (V: 424, 5). — *Clasa VII-a:* Balu G. (VII· 358, T. c.: 163), Canari A. V. (T. c.: 163), Pănoiu A. I. (VII: 358, T. c.: 163, 4), Paraipan N. C. (VII: 358, T. c.: 163, 4), Pop G. L. (VII: 358, T. c.: 163), Popescu T. C. (VII: 358). — *Clasa VIII-a:* Măgeanu G. N. (T. c.: 162, 3), Mihăilescu D. D. (T. c.: 162, 3), Mironescu I. D. (T. c.: 163, 9), Pasere E. (VIII: 264· 7), Vișan J. (VIII: 264).

Liceul „Piarist" Timișoara.

Clasa V-a: Popescu C. G. (V: 424, 5, T. c.: 163).

Liceul „Traian" Turnu-Severin.

Clasa V-a: Iorgulescu C. M. (V: 445, 6). — *Clasa VI-a:* Bengulescu A. C. (VI: 421, T. c.: 163), Berman M. A. (VI: 414, 21), Birișteică P. N. (VI: 421, T. c.: 163), Ionescu P. I. (VI: 414, 21, 4), Mihail P. G. (VI: 414, 5, 21, 4, 6, T. c.: 162, 3, 4, 72, 3). — *Clasa VII-a:* Căpraru C. A. (VII: 358, 72, VIII: 262, 7, T. c.: 163, 5, 6, 8, 9, 75*, 6*). — *Clasa VIII-a:* Bubulete V. A. (VIII: 267, T. c.: 163, 7, 9), Gherghinescu V. R. (VIII: 261*, 2, 4, T. c.: 163, 9, 72).

EXERCIȚII PROPUSE

Soluțiile exercițiilor propuse în acest număr se primesc până la 1 Martie 1939

Clasa III-a. *Exerc. 57.* Rădăcina patrată din *o sută de mii* este de *o sută ori* rădăcina lui *zece.*

N. M.

III. 58. Să se afle media geometrică: 1) între *44* și *1331*; 2) între *52* și *2197*; 3) între cele două medii precedente. Să se verifice că ultimul rezultat, ridicat la puterea a patra, egalează produsul tuturor numerelor: 44, 52, 1331, 2197.

N. M.

III. 59. Un copil a primit la aniversarea nașterii lui o sumă de bani. Din această sumă, în prima Duminică el a cheltuit $\frac{1}{2}$ plus 1 leu; în a doua Duminică, din ce îi mai rămăsese a cheltuit încă o treime plus 2 lei; în a treia Duminică, din rest, încă o pătrime plus 7 lei; în fine, în a patra Duminică cheltuind încă $\frac{1}{5}$ plus 5 lei, a isprăvit toți banii. Ce sumă a primit în dar și cât a cheltuit el de fiecare dată?

V. Gh.

III. 60. Să se găsească numărul, care este rădăcina patrată a patratului perfect:

$$N = 33 \times 44 \times 39 \times 65 \times 124 \times 125 \times 128 \times 217,$$

fără a întrebuința regula practică a extragerii rădăcinii patrate.

O. N. Ț.

III. 61. Se consideră numerele:

$$\sqrt{2\frac{3}{4}}\ ,\quad \sqrt{3\frac{9}{11}}\ ,\quad \sqrt{4\frac{6}{7}}\ ,\ x$$

cu care se formează trei proporții în care x este un extrem, al doilea extrem fiind, pe rând, câte unul din numerele date. Să se

afle cele trei valori pe care trebue să le ia x, apoi să se grupeze aceste valori câte două şi să se afle mediile proporţionale ale perechilor de numere obţinute.

C. I. B.

Clasa IV-a. *Exerc. 382.* Să se verifice identitatea:

$$\left[\frac{a^2x+a(t-y)+z}{a^2+1}-\frac{x+z}{2}\right]^2+\left[\frac{a^2t+a(z-x)+y}{a^2+1}-\frac{y+t}{2}\right]^2 = \frac{(x-z)^2+(y-t)^2}{4}.$$

G. D. S.

IV. 383. Să se verifice că:

$$(a+2b)^2-(2a+b)^2+3(a+b)(a-b)=0$$

$$\left(5a+\frac{b}{5}\right)^2-\left(3a+\frac{b}{3}\right)^2-16\left(a+\frac{b}{15}\right)\left(a-\frac{b}{15}\right)=0$$

$$(3a^2b-2ab^2)(3a^2b+2ab^2)+(2a^2b-3ab^2)^2-a^2b^2(13a^2-5b^2+12ab)=0.$$

N. M.

IV. 384. Să se descompună în factori raţionali, expresiunea:

$$E \equiv (x^8+6x^4+1)^2-16x^{12}-32x^8-16x^4.$$

O. N. Ţ.

IV. 385. Având trei puncte date în spaţiu (cu trei dimensiuni) A, B, C, să se găsească locul punctelor M astfel ca să avem:

$$\overline{MA}^2-\overline{MB}^2=a^2-b^2\ ;\ \overline{MB}^2-\overline{MC}^2=b^2-c^2\ ;\ \overline{MC}^2-\overline{MA}^2=c^2-a^2.$$

O. N. Ţ.

IV. 386. Dacă în triunghiul BAC înălţimea $\overline{AA'}$ este media proporţională între segmentele $\overline{BA'}$ şi $A'C$ determinate pe latura $\overline{BC}$, triunghiul este dreptunghiu în A.

O. N. Ţ.

IV. 387. Fiind date în spaţiu (cu trei dimensiuni) două puncte A şi B şi un al treilea punct O, să se determine un punct C astfel ca proiecţia punctului O pe planul triunghiului ABC să fie punctul H de întâlnire al înălţimilor triunghiului ABC. Să se arate că problema are o infinitate de soluţiuni. Să se arate apoi că dacă A', B', C' sunt picioarele înălţimilor $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$ şi dacă $\overline{OC'}$ măsoară distanţa cea mai scurtă între dreptele OC şi AB, atunci $\overline{OA'}$ şi $\overline{OB'}$ măsoară respectiv distanţa cea mai scurtă respectiv între perechile de drepte (OA, BC) şi (OB, AC).

(Se va folosi problema precedentă).

O. N. Ţ.

IV. 388. Fie D, D_1, D_2 trei drepte paralele între ele în spaţiu şi nesituate în acelaşi plan toate trei. Din punctul O al dreptei D ducem perpendiculara $\overline{OI}$ pe planul dreptelor D_1 şi D_2; apoi ducem în planul dreptelor D şi D_1 o dreaptă OA sprijinindu-se pe D_1 şi făcând unghiul a cu OI; asemenea în planul dreptelor D şi D_2 ducem o dreaptă OB sprijinindu-se pe D_2 şi făcând unghiul a cu OI. Dacă M este mijlocul lui $\overline{AB}$, dreapta OM este perpendiculară pe AB.

O. N. Ţ.

IV. 389. Să se simplifice fracţia:

$$\frac{(a+c)(a-c)+(b+d)(b-d)+2(ab-cd)}{(a+c)(a-c)-(b+d)(b-d)+2(ad-bc)}.$$

C. I. B.

IV. 390. Să se simplifice fracţia:

$$\frac{(x^2-x\sqrt{2}+1)(a^4+1)}{(a^2-a\sqrt{2}+1)(x^4+1)}.$$

C. I. B.

IV. 391. Să se calculeze suma

$$\frac{b}{a-b}+\frac{(a+b)c}{(a-b)(a-c)}+\frac{(a+b)(a+c)d}{(a-b)(a-c)(a-d)}.$$

C. I. B.

Clasa V-a. *Exerc. 447.* Simetricele laturilor AB, AC ale unui triunghiu ABC, față de latura BC, taie tangenta în A la cercul circumscris în D și E. Triunghiurile ABC, ADB, AEC sunt asemenea.

N. M.

V. 448. Să se arate că dacă $a+b+c=0$, avem și:

$$\frac{a^3+b^3-2abc}{c^3+b^3-2abc}=\frac{c}{a}\,.$$

C. I. Ț.

V. 449. Să se rezolve sistemul de ecuațiuni:

$$\left|\begin{array}{l} \dfrac{1}{1-x}\left[\dfrac{1}{x}-x\right]+\dfrac{1}{y}+1=0 \\ \dfrac{1}{y}\left[1+y-\dfrac{1}{1+y}\right]+\dfrac{1}{x+1}+1=0. \end{array}\right.$$

C. I. Ț.

V. 450. Să se pună subt formă de produs expresiunea:

$$(ax-by)^2+(bx+ay)^2.$$

Să se generalizeze apoi pentru expresiunea:

$$(ax-by)^2+(bx+ay)^2+(cx-dy)^2+(dx+cy)^2+$$
$$\ldots+(mx-ny)^2+(nx+my)^2.$$

V. Gh.

V. 451. Să se arate că din proporția:

$$\frac{b^2x^2+c^2y^2-2bcxy}{b^2+c^2-2cx-2by}=\frac{b^2x^2+a^2y^2-2abxy}{a^2+b^2-2ax-2by}$$

rezultă proporția:

$$\frac{(a+c)y^2-2bxy}{a+c-2x}=\frac{b^2x^2-acy^2}{b^2-ac-2by}\,.$$

Să se rezolve apoi sistemul de ecuațiuni format de proporția de mai sus și de ecuația :

$$bx - ay = 0.$$

G. D. S.

V. 452. Să se construiască un triunghiu ABC cunoscând laturile $\overline{AB}$ și $\overline{AC}$ $(\overline{AC} < \overline{AB})$ și diferența unghiurilor opuse acestor două laturi.

O. N. Ț.

V. 453. Să se construiască un triunghiu ABC cunoscând laturile $\overline{AB}$ și $\overline{AC}$ $(\overline{AC} < \overline{AB})$ și suma unghiurilor opuse acestor două laturi.

O. N. Ț.

V. 454. Să se construiască un triunghiu ABC cunoscându-i două unghiuri și suma (sau diferența) a două laturi.

O. N. Ț.

V. 455. Să se construiască un triunghiu cunoscându-i :

a) O latură, înălțimea corespunzătoare și o înălțime adiacentă ;

b) O latură, mediana corespunzătoare și o înălțime adiacentă laturii date. Discuțiune.

O. N. Ț.

V. 456. Se dă paralelogramul ABCD. In vârful A se ridică o perpendiculară Δ pe latura AB. Din vârful B se descrie un cerc cu raza egală cu BC. Acest cerc taie pe Δ în M și N.

Să se demonstreze că MD și ND sunt înălțimi în triunghiul MCN.

Gh. B.

V. 457. Fie A′ piciorul înălțimii duse din vârful A al triunghiului ABC. Să se demonstreze că numai dacă triunghiul ABC este isoscel, există relațiunea :

$$b + \overline{CA'} = c + \overline{BA'}.$$

Gh. B.

V. 458. Să se determine a, b, c astfel încât sistemul de ecuațiuni:

$$ax + by - 7z = -12$$
$$cx + ay + bz = 19$$
$$6x + cy + az = 27$$

să admită soluțiile $x = 1,\ y = 2,\ z = 3.$

C. I. B.

Clasa VI-a. *Exerc. 436.* Să se rezolve ecuația:

$$2\cos^2 x(4 - \sin x) = 9(\sec x - \operatorname{tg} x).$$

N. M.

VI. 437. Să se verifice identitățile:

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x = \sec x \operatorname{cosec} x\ ;\ \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{cotg}^2 x = \sec^2 x \operatorname{cosec}^2 x - 2$$
$$\operatorname{tg}^3 x + \operatorname{cotg}^3 x = \sec^3 x \operatorname{cosec}^3 x - 3 \sec x \operatorname{cosec} x\ ;$$
$$\operatorname{tg}^4 x + \operatorname{cotg}^4 x = \sec^4 x \operatorname{cosec}^4 x - 4 \sec^2 x \operatorname{cosec}^2 x + 2.$$

N. M.

VI. 438. Dacă

$$0 \leqq a \leqq \frac{\pi}{4} \text{ și } 0 \leqq b \leqq \frac{\pi}{4}, \text{ avem:}$$

$$1 + \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b \geqq \frac{1}{2}(\sec a + \sec b) \geqq 1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b.$$

C. I. Ț.

VI. 439. Dacă

$$0 \leqq a \leqq \frac{\pi}{4} \text{ și } 0 \leqq b \leqq \frac{\pi}{4}, \text{ avem:}$$

$$2(1 + \operatorname{cosec} a \operatorname{cosec} b - \operatorname{cotg} a \operatorname{cotg} b) < 3(\operatorname{cotg} a + \operatorname{cotg} b)^2.$$

C. I. Ț.

VI. 440. Să se demonstreze relația:

$$\sin^6 t + \cos^6 t - 6\cos^4 t - \sin^2 t + 5\cos^2 t \leqq 0.$$

V. GH.

VI. 441. I fiind punctul de întâlnire al bisectoarelor unui triunghiu ABC, să se transforme în expresiune calculabilă prin logaritmi, expresiunea:

$$E \equiv \sin AIB + \sin BIC + \sin CIA.$$

O. N. Ț.

VI. 442. Fie A_1, B_1, C_1 punctele unde înălțimile AA', BB', CC' ale triunghiului ABC taie a doua oară cercul circumscris ABC. Să se transforme în produs expresiunea:

$$E \equiv \operatorname{cotg} A_1HB_1 + \operatorname{cotg} B_1HC_1 + \operatorname{cotg} C_1HA_1,$$

H fiind ortocentrul triunghiului ABC. (Punctul de întâlnire al înălțimilor AA', BB', CC').

O. N. Ț.

VI. 443. Să se rezolve ecuația:

$$3\sin x + 8\sin 3x + 5\sin 5x = 0.$$

O. N. Ț.

VI. 444. Să se rezolve ecuațiunea:

$$\cos x + 4\cos 3x + 4\cos 5x + \cos 7x = 0.$$

O. N. Ț.

VI. 445. Să se arate că pentru arcele reale, egalitatea

$$\sec^2 x + \operatorname{cosec}^2 x = \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{cotg}^2 x$$

este imposibilă.

O. N. Ț.

VI. 446. Să se rezolve sistemul:

$$x^{y+a} = a$$

$$x^{y+b} = b.$$

C. I. B.

VI. 447. Să se rezolve ecuația:

$$\frac{\log(x^2-3x+12)}{\log(x^2-3x+102)}+\frac{\log(x^2-3x+1002)}{\log(x^2-3x+10002)}=\frac{5}{4}.$$

C. I. B.

Clasa VII-a. *Exerc. 376.* Să se discute sistemul omogen:

$$ax+by-az=0\ ,\quad bx+ay-bz=0\ ,\quad Ax+By=0.$$

N. M.

VII. 377. Să se arate, printr'o metodă directă, că limita expresiunei:

$$E\equiv \operatorname{tg}x\operatorname{tg}2x+2\operatorname{cotg}x\operatorname{cotg}2x+3$$

când x tinde către $\frac{\pi}{2}$, este egală cu *zero*.

C. I. Ț.

VII. 378. Fie

$$x=\frac{1}{2}\left(p-\frac{q}{\lambda}\right),\ y=\frac{1}{2}m\mu-\frac{1}{m}\left(x-\frac{1}{2}\mu\right),\ \mu=\frac{q-\lambda p}{m-\lambda}.$$

Să se arate că:

$$x[2f(-y,\ x)-f(-q,\ p)]+yf(x,\ y)=0,$$

unde

$$f(x,\ y)=y-mx.$$

N. M.

VII. 379. Să se găsească limita expresiunii:

$$E\equiv\sqrt{\frac{x^3+2x^2+x-18+\sqrt{8x^5+4x^4-40x^3-64x^2-32x+320}}{x^3-2x^2+x-2-\sqrt{-8x^5+4x^4+24x^3+64x^2-32x-192}}}$$

când x tinde către *2*.

O. N. Ț.

VII. 380. Să se găsească limita expresiunii:

$$E=\frac{\sqrt{x+2}+\sqrt{x^2+5}-5}{\sqrt{3x-2}+\sqrt{4x^2+5x+13}-9}$$

când x tinde către *2*.

O. N. Ț.

VII. 381. Să se găsească limita expresiunii:

$$E = \frac{\sqrt{3x^3 - 10x^2 + 13} - \sqrt[3]{5x^2 - 16x + 11}}{\sqrt[4]{27x - 65} + \sqrt[3]{8x^2 - 25x + 4} - 3}$$

când x tinde către *3*.

O. N. Ț.

VII. 382. Să se găsească limita expresiunii:

$$E = \left(\frac{1}{\sqrt{\sqrt[3]{x} - x^2}} - \frac{1}{\sqrt{\sqrt[3]{x} + x^2}} \right),$$

când x tinde către zero.

C. I. B.

VII. 383. Se consideră polinoamele omogene de gradul II (formele cuadratice) cu 2 variabile (binare):

$$a_1x^2 + 2b_1xy + c_1y^2 \quad , \quad a_2x^2 + 2b_2xy + c_2y^2.$$

Se fac înlocuirile (substituțiile):

$$x = x_1 + 2y_1 \quad , \quad y = 2x_1 + y_1$$

și se obțin expresii de forma:

$$A_1x_1^2 + 2B_1x_1y_1 + C_1y_1^2 \quad , \quad A_2x_1^2 + 2B_2x_1y_1 + C_2y_1^2.$$

Să se arate că:

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_2 \\ B_1 & C_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ B_1 & C_1 \end{vmatrix} = \left[\begin{vmatrix} a_1 & b_2 \\ b_1 & c_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix} \right] \times \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}^2.$$

C. I. B.

VII. 384. Știind că produsul a 2 determinanți este dat de formula:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} a_1\alpha_1 + b_1\beta_1 + c_1\gamma_1 & a_1\alpha_2 + b_1\beta_2 + c_1\gamma_2 & a_1\alpha_3 + b_1\beta_3 + c_1\gamma_3 \\ a_2\alpha_1 + b_2\beta_1 + c_2\gamma_1 & a_2\alpha_2 + b_2\beta_2 + c_2\gamma_2 & a_2\alpha_3 + b_2\beta_3 + c_2\gamma_3 \\ a_3\alpha_1 + b_3\beta_1 + c_3\gamma_1 & a_3\alpha_2 + b_3\beta_2 + c_3\gamma_2 & a_3\alpha_3 + b_3\beta_3 + c_3\gamma_3 \end{vmatrix},$$

Să se calculeze:

$$\begin{vmatrix} 1 & a & b \\ a & 1 & b \\ a & b & 1 \end{vmatrix}^2.$$

C. I. B.

VII. 385. Se consideră polinoamele omogene de gradul I (formele lineare):

$$f_1 = 2x + 3y + 5z$$
$$f_2 = x - y + 2z$$
$$f_3 = 3x + 4y + \frac{37}{5}z.$$

Să se arate că între f_1, f_2, f_3 există o relaţie lineară, adică o relaţie de forma:

$$f_1 + \alpha f_2 + \beta f_3 = 0,$$

α, β fiind nişte coeficienţi independenţi de x, y, z.

C. I. B.

Clasa VIII-a. *Exerc. 377.* Să se rezolve ecuaţia:

$$x^4 - 2(1 + i\sqrt{3}) = 0$$

şi să se figureze rădăcinile.

G. D. S.

VIII. 378. Să se arate că:

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sec^3\varphi \, d\varphi = \int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{1 + x^2}\, dx = 2\sqrt{3} + \log(2 + \sqrt{3}).$$

N. M.

VIII. 379. Să se scrie ecuaţiunea unui cerc care să treacă prin punctul A (5, 7), să fie tangent la axa x-lor precum şi la cercul

$$x^2 + y^2 - 1 = 0.$$

V. Gh.

VIII. 380. O dreaptă D variabilă dusă prin punctul fix P (p, q) taie axa OX în M; locul geometric al centrului cercului trecând prin origine şi tangent în M la D, *este o parabolă* ce trece prin origine, cu axa paralelă cu OX, cu parametrul $-q/4$.

N. M.

VIII. 381. Se dă un cerc O şi un punct A fix în planul cercului. M fiind un punct variabil, pe cercul O, însemnăm cu P punctul unde dreapta AM întâlneşte paralela la OP dusă prin simetricul M' al lui M în raport cu dreapta AO. Să se găsească şi să se construiască locul punctului P.

O. N. Ţ.

VIII. 382. In planul axelor ortogonale XOY sunt date un punct A (o, a) şi o dreaptă $\Delta\ (lx + my + n = 0)$. Proiectăm punctul M în M' pe OX şi însemnăm cu P punctul de intersecţie al dreptelor AM' şi OM. Să se găsească şi să se construiască locul punctului P când M se mişcă pe dreapta Δ.

O. N. Ţ.

VIII. 383. Se dau pe axele rectangulare xx', yy' punctele A (a, o), B (o, b). Cercurile ce trec prin A, B taie axele de coordonate în M, N. Se cere locul geometric al intersecţiei tangentelor duse la cercuri în M, N.

C. I. B.

VIII. 384. Fie dat cercul

$$(C) \qquad x^2 + y^2 = 1$$

şi dreapta

$$(D) \quad x + y - 2 + \alpha(x - y + 1) = 0.$$

Se cere locul geometric al polului dreptei D faţă cu cercul C, când α variază.

C. I. B.

Toate clasele. *Exerc. 178.* Să se arate că expresiunea

$$E \equiv n^2(6n^{10} - 21n^9 - 10n^8 + 56n^7 - 14n^5 - 41n^4 + 21n^2 - 4)$$

este divizibilă cu *5040*, n fiind un întreg oarecare.

C. I. Ţ.

T. C. 179. N fiind un număr de cinci cifre, iar N' răsturnatul lui, să se determine N astfel ca numărul

$$P = (N' + 1)\ 10^6 + N$$

să fie un pătrat perfect, numărul de trei cifre cu care începe P şi cel de trei cifre cu care sfârşeşte P să fie de asemenea pătrate perfecte, iar suma tuturor cifrelor lui P să fie un cub perfect.

O. N. Ţ.

T. C. 180. Să se găsească un bipătrat de cinci cifre egal cu răsturnatul lui.

O. N. Ţ.

T. C. 181. Să se găsească un bipătrat de şase cifre, astfel ca suma cifrelor lui să fie un cub perfect.

O. N. Ţ.

T. C. 182. O fracţie $\frac{a}{b}$ este desvoltată în fracţie continuă dacă se determină numere $a_1, a_2, a_3 \ldots$ astfel încât

$$\frac{a}{b} = a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{a_3 + \ldots}}.$$

Să se desvolte în fracţie continuă suma:

$$\frac{3}{19} + \frac{5}{17}.$$

C. I. B.

T. C. 183. Să se desvolte în fracţie continuă:

$$\sqrt[4]{1849}.$$

C. I. B.

T. C. 184. Să se rezolve în numere întregi sistemul:

$$7x + 2y + 5z = 66$$
$$13x + 11y + 7z = 143.$$

C. I. B.

T. C. 185. Fie $y = f(x)$ un polinom. Să notăm:

$\Delta_1 f(x) = f(x+h) - f(x)$, $\Delta_2 f(x) = \Delta_1 f(x+h) - \Delta_1 f(x)$,

... $\Delta_n f(x) = \Delta_{n-1} f(x+h) - \Delta_{n-1} f(x)$.

Ţinând seamă de aceste notaţii, să se calculeze valorile polinomului.

$$f(x) = x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 3$$

pentru $x = 2$; 2, 1 ; 2, 2; ... 2, 9; 3.

C. I. B.

INSTRUCŢIUNI

a) Soluţiile exerciţiilor se vor scrie cu cerneală, pe sferturi de coală şi numai pe o parte a foii.

Dacă va fi nevoie de mai multe foi pentru soluţionarea unui exerciţiu, ele se vor coase sau lipi în partea stângă. Figurile, ce vor fi necesare pentru urmărirea exerciţiului se vor construi îngrijit, cu cerneală sau tuş, pe foi aparte, având formatul arătat mai sus şi se vor coase sau lipi odată cu soluţia.

Nu se vor trimite soluţiile mai multor exerciţii pe aceeaşi foaie.

b) Redactarea soluţiilor se va face astfel:

Sus, se va scrie numărul exerciţiului, dedesubt enunţul astfel cum e publicat în revistă, cu iniţialele propunătorului, apoi soluţia clar compusă, iar la sfârşit, iscălitura rezolvitorului în ordinea următoare:

Nume de botez complet, iniţiala părintelui, numele de familie, însoţite de clasa şi şcoala pe care o urmează.

c) Nu se vor lua în considerare soluţiile iscălite de 2 sau mai mulţi corespondenţi, nici soluţiile exerciţiilor propuse la clase inferioare aceleia în care corespondentul se află. Pentru redijarea soluţiilor a se vedea indicaţiile din Nr. 1, Vol. IV.

d) Soluţiile se primesc timp de 3 luni dela propunerea exerciţiului, numai dela abonaţii „Suplimentului cu Exerciţii" al Gazetei Matematice, pe adresa Locot. C. D. Ionescu-Ţiu, Casa Gazeta Matematică, Calea Griviţei 158, Bucureşti 2.

Drepturile de reproducere rezervate Societăţii «Gazeta Matematică».

Elevii claselor VI, VII şi VIII, cu bogată activitate la această revistă îşi pot lărgi cadrul activităţii soluţionând probleme din „Gazeta Matematică".

„Gazeta Matematică" apare la 15 al fiecărei luni. Costul abonamentului este 200 lei şi se trimite la „Casa Gazeta Matematică", Calea Griviţei 158, Bucureşti 2.

In Biblioteca „Gazetei Matematice" au apărut şi se găsesc la adresa indicată mai sus, următoarele:

III. **N. Abramescu,** Lecţiuni elementare de Algebră superioară, pentru clasa VIII-a ştiinţifică, Ediţia VI-a . . . . . Lei 120

VIII. **A. G. Ioachimescu,** Culegere de Probleme de Algebră. Partea I. Ediţia IV-a revăzută şi mărită . . . . . Lei 120

IX. **G. Em. Filipescu, A. G. Ioachimescu, I. Ionescu, T. Lalescu şi C. Ţiţeica,** Vocabular Matematic . . . . . Lei 20

X. **G. Ţiţeica,** Culegere de Probleme de Geometrie . . . . Lei 150

XI. **Gazeta Matematică** 1895—1935. Istoric, învăţăminte. Volum jubilar (500 pag.) . . . . . { pentru particulari . . . . . Lei 200 / pentru abonaţii G. M. şi S. G. M. . . Lei 150

XII. **V. Cristescu,** Culegere de Probleme de Trigonometrie. Partea I. (Goniometrie) revăzută şi adăugită de *Gh. Th. Gheorghiu* . . . . Lei 95

XIII. **I. Ionescu,** Culegere de Probleme de Aritmetică. Partea I. Aritmetica raţionată . . . . . Lei 190

XIV. **V. Cristescu,** Culegere de Probleme de Trigonometrie. Partea II-a. (Trigonometrie plană). Ediţia II-a revăzută şi adăugită de *Gh. Th. Gheorghiu* . . . . . Lei 125

Suplimentul cu Exerciţii { Abonamentul anual (9 numere) . Lei 50 / Un an vechi (9 numere) . . . Lei 100

MONITORUL OFICIAL ŞI
IMPRIMERIILE STATULUI
IMPRIMERIA NAŢIONALĂ
:: BUCUREŞTI — 1938 ::

C. 53.227

M2544
22
Biblioteca „ASTRA"
— SIBIU —
BIBLIOTECA CENTRALA
„ASOCIATIUNII"
SIBIIU
0 - MAR 2014
22

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL V. No. 4 1 IANUARIE 1939

SOCIETATEA GAZETA MATEMATICĂ
CALEA GRIVIŢEI, 158. BUCUREŞTI 2

74322

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL V. No. 4 — 1 IANUARIE 1939

ABONAMENTUL LEI 50 PE AN (9 numere)

Soluţii, abonamente şi orice corespondenţă pe adresa:

Locot. C. D. IONESCU-ŢIU

Casa «Gazeta Matematică», Calea Griviţei 158. — Bucureşti 2

EXERCIŢII REZOLVATE

Clasa IV-a. *Exerc. 366.* 1°. Intr'un triunghiu dreptunghiu înălţimea este medie proporţională între segmentele formate pe ipotenuză. Deci:

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{DB}},$$

de unde:

$$\overline{DB} = \frac{\overline{AD}^2}{\overline{CD}} = \frac{(+2+\sqrt{2})^2}{+2\sqrt{2}-1}.$$

$$\overline{BC} = \overline{CD} + \overline{DB} = +2\sqrt{2}-1+\frac{(+2+\sqrt{2})^2}{+2\sqrt{2}-1}$$

$$= \frac{(+2\sqrt{2}-1)^2+(+2+\sqrt{2})^2}{+2\sqrt{2}-1}$$

$$= \frac{+8-4\sqrt{2}+1+4+4\sqrt{2}+2}{+2\sqrt{2}-1} = \frac{+15}{+2\sqrt{2}-1}.$$

$$\overline{CF}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{BF}^2 = \frac{+225}{(+2\sqrt{2}-1)^2} + 900\,\frac{+2-\sqrt{2}}{+9-4\sqrt{2}}$$

$$= +225\left(\frac{1}{9-4\sqrt{2}} + 4\,\frac{2-\sqrt{2}}{9-4\sqrt{2}}\right) = 225\,\frac{9-4\sqrt{2}}{9-4\sqrt{2}} = 225.$$

$$\therefore \quad \overline{CF} = 15.$$

74322

2°. La acest exercițiu s'au primit foarte multe soluții; însă cei mai mulți corespondenți au înlocuit pe $\sqrt{2}$ prin valoarea aproximativă 1,41, obținând astfel un $\overline{CF}$ aproximativ.

C. I. B.

IV. 367. Lungimea segmentului AC este cât a semicercului AB, deci

$$\overline{AC} = \pi(2+\sqrt{3})$$

$$\therefore \quad \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 4(2+\sqrt{3})^2 + \pi^2(2+\sqrt{3})^2$$

$$= (2+\sqrt{3})^2(4+\pi^2)$$

$$\overline{BC} = (2+\sqrt{3})\sqrt{4+\pi^2}.$$

Deasemenea corespondenții au înlocuit pe $\sqrt{3}$ și π în expresia lui $\overline{AC}$ prin valori aproximative.

C. I. B.

Clasa V-a. *Exerc. 403. Se dă cercul* O *și un punct* P. *Să se găsească pe cerc un punct* M *astfel ca tangenta în* M *la cerc să facă 60° cu* MP.

GH. B.

Fie MT tangenta cerută și N a doua intersecție a cercului cu PM.

Unghiul (PM, MT) fiind 60°, arcul MN este 120° și MN este latura triunghiului echilateral înscris în O. De aici construcția: Se descrie un cerc (C) cu centrul în O și cu raza egală cu $\frac{R}{2}$. Tangentele PP′ și PP″ la acest cerc determină pe cercul O punctele M și M′, care răspund problemei.

Pentru toate clasele. *Exerc. 164. Numărul ce se obține scriind unul după altul două numere inversate este totdeauna divizibil prin 11.*

GH. B.

Fie $a_1a_2a_3 \ldots a_{n-2}\ a_{n-1}\ a_n$ un număr de n cifre. Numărul format ca în enunț este:

$$N = a_1a_2a_3 \ldots a_{n-2}\ a_{n-1}\ a_n\ a_n\ a_{n-1}\ a_{n-2} \ldots a_3a_2a_1 .$$

Dacă n este pereche, suma cifrelor de rang pereche, începând dela dreapta lui N este:

$$S_0 = a_2 + a_4 + \ldots + a_n + a_{n-1} + \ldots + a_3 + a_1 ,$$

iar a acelora de rang nepereche este:

$$S_1 = a_1 + a_3 + \ldots + a_{n-1} + a_n + a_{n-2} + \ldots + a_4 + a_2$$

şi se vede că

$$S_0 - S_1 = 0$$

deci N se divide cu 11.

La fel când n este nepereche.

Până la 10 Decemvrie s'au primit soluțiuni bune pentru exercițiile publicate în numerele 1, 2 și 3 dela[1]):

Liceul de fete „Carmen Sylva" Bucureşti.

Clasa IV-a: Petrov Andreica (IV: 372, 3, 83, 9), Zibler K. Mira (IV: 374, 5). — *Clasa V-a:* Vasilescu O Alexandra (V: 425, 31, 4*, 49*). *Clasa VI-a:* Grigoriu Marga (VI: 429), Vasiliu C. Margareta (VI: 414, 28, 9, 32, 3*, 5). — *Clasa VII-a:* Basilescu Nicoleta (VII: 361), Buzescu P. Georgeta (VII: 361, 3, 4, 71), Constantinescu D. Paula (VII: 367, VIII: 275*), Ionescu I. Eleonora (VIII: 261), Marinescu O. Cosetta (VII: 358, T. c.: 163), Nissim L. Mioara (VII: 356*, 8, T. c.: 163), Păiș C. Nina (T. c.: 163), Panu I. Stela (VII: 358, T. c.: 163), Walter Stela (T. c.: 163). *Clasa VIII-a:* Ene Eugenia (T. c.: 166).

Şcoala Centrală de fete, „Marica Brâncoveanu" Bucureşti.

Clasa III-a: Dumitrescu N. Alexandrina (III: 46, 57), Jitariu I. Florica (III: 46, 51, 6*), Marcu D. Despina (III: 57*, 8). — *Clasa V-a:* Popescu I. Marilena (V: 424*, 48*, 50, 8), Rovinaru Elena (V: 424, 5). — *Clasa VI-a:* Gafta P. Margareta (VI: 426, 8, 9), Gaster E. C. (VI: 427, 8, 9), Halunga Speranța (VI: 428, 9, 37), Lăduncă St. Gabriela (VI: 424*, 6, 8, 9), Mărculescu V. Iolanda (VI: 428). — *Clasa VII-a:* Miu N. Gherghina (VII: 356, T. c.: 163). — *Clasa VIII-a:* Alexe Lucia (T. c.: 163), Dumitrescu Jeana (T. c.: 163).

1) Semnul * însoțește numărul unui exercițiu rezolvat foarte bine.

Institutul de fete „Pompilian" Bucureşti.

Clasa VI-a: Marinescu St. Rodica (VI: 426, 8, 9, T. c.: 163), Predoleanu E. Lya (VI: 416, 21, 6, VII: 428, 9, T. c.: 163), Teodorescu C. Nina (VI: 414, 24*, 5, 8*, 9*, 32, 47*, T. c.: 163). — *Clasa VII-a:* Glücтz W. Antonia (T. c.: 163).

Liceul „Iulia Hajdău" Bucureşti.

Clasa IV-a: Nicolau Gh. Virginia (IV: 374, 83), Pârvu I. Eufrosina (IV: 372, 4, 5). — *Clasa V-a:* Agapie G. Elena V: 448*, 9, 50, 8), Iorga I. Aneta (V: 425*, 33, 45*, 6), Stoica N. Sylvia (V: 437, 45, 6).

Liceul de fete „Regina Maria" Bucureşti.

Clasa VI-a: Gereanu Eugenia (VIII: 262, T. c.: 163).

Liceul Ortodox „Zoe Râmniceanu" Bucureşti.

Clasa VIII-a: Gheorghiade Virginia (VIII: 263).

Liceul „Domniţa Ileana" Bucureşti.

Clasa V-a: Lazarovici Rovenna (VI: 428).

Institutul „Choisy Mangâru" Bucureşti.

Clasa VI-a: Feher E. A. (VII: 384, T. c,: 163).

Liceul de fete „Sf. Elena" Bucureşti.

Clasa VIII-a: Pollaschek M. Mardinica (VIII: 264).

Şcoala „Evanghelică" Bucureşti.

Clasa VII-a: Goldemberg P. Eva (VII: 374).

Liceul „Sf. Gheorghe" Călăraşi.

Clasa IV-a: Cavaleru Emilia (V: 423*, 4, 5, 8, 9, 33).

Şcoala secundară de fete Câmpina.

Clasa IV-a: Dadarlat Sanda (IV: 374*, 5, 6*, V: 446), Ţiţei I. Elena (IV: 372, 82, 3, 4, 9, 90*, 1*). — *Clasa V-a:* Dâmboviceanu G. Maria (V: 437).

Liceul de fete „Caracal". Eleve particulare.

Iasa VI-a: Ştefănescu V. Florica (VI: 424, 8, 9).

Liceul „Regina Maria" Chişinău.

Clasa VIII-a: Artemencu Neonila (VIII: 262, 76).

Liceul „Regina Maria“ Cluj.

Clasa V-a : Nimberger Marta (V : 431).

Liceul „Oltea Doamna“ Iaşi.

Clasa III-a : Lăbuşcă N. Elena (III : 46, 53). — *Clasa IV-a :* Ceaur I. Carmen (IV : 374, 6), Moisei N. Eliza (IV : 370).

Liceul de fete din Râmnicul Vâlcea.

Clasa VII-a : Ene Gh. Elisabeta (T. c. : 163).

Liceul „Carmen Sylva“ Timişoara.

Clasa IV-a : Cosma I. Hermina (IV : 383), Klauber Livia (IV : 364*, 75, 6, 83, 4). — *Clasa VII-a :* Adler L. Edith (VII : 367, 9*, 70, 4*), Checian N. Ana (VII : 359, 61, 3, 4, 5, 7, 9*, 74*, T. c. : 167), Domonkos O. Erika (VII : 360, 7, 9*, 70, 4*, T. c. : 163).

Liceul „Spiru Haret“ Bucureşti.

Clasa III-a : Ivanovici N. C. (III : 51). — *Clasa IV-a :* Lipcovici W. I. (IV : 372, 4, 6, 7), Mişu St. N. (IV : 363, 74, 6, 7), Paulian N. F. (IV : 363, 4, 83, 9, 91, V : 424, 5), Teodorescu T. A. (IV : 372, 3), Urvater R. M. (IV : 376, 7.) — *Clasa VII-a :* Grigoriu A. D. (VII : 367, 77, 80, 2), Racoviceanu G. V. (VII : 358, 67, 70). — *Clasa VIII-a :* Actarian V. (VIII : 268, 77), Cernovodeanu I. I. (VIII : 262*, 4*, 8, 70*, 7), Dragomirescu C. (VIII : 273), Manole A. D. (VIII : 262, 4, 70, 2, 3, T. c. : 163), Nahmias I. Ş. (VIII : 263, T. c. : 163), Nicolescu S. D. (VIII : 264, 70*, 2, 3, 5*), Pârşan C. (VIII : 273), Şerban I. N. (VIII : 268), Stănculescu M. (VIII : 262, 4, 75*, 7).

Liceul „Gh. Lazăr“ Bucureşti.

Clasa V-a : Iliescu-Brânceni C. (V : 422*, VI : 428, 9), Lăzărescu C. (V : 425, 33, 46, T. c. : 163), Seni C. (V : 424, 5, 7, T. c. : 163). — *Clasa VI-a :* Andonie C. Gh. (VI : 424*, 6, 8, 9, T. c. : 163), Friedman I. B. (VI : 413, 4, 8, 9, 28, 9, 32, 4, 5, VII : 358, T. c. : 163), Krauss V. R. (VI : 414, 24, 8. 9), Petrescu I. (VI : 425, 9, 35, VIII : 270). — *Clasa VII-a :* Areşteanu H. (T. c. : 163). — *Clasa VIII-a :* Christea D. E. (VIII : 261*, 3*, 4, 70, 1*, 2, 4, 5*, 6, T. c. : 162*, 3, 9, 71, 2, 3), Eftimie D. C. (VIII : 262), Horezeanu M. (VIII : 261*, 2).

Liceul „Matei Basarab“ Bucureşti.

Clasa IV-a : Bercovici A. L. (IV : 372, 5), Buescu R. (IV : 373, 5, 6, 7), Cohn I. (IV : 372), Covrigeanu A. R. (IV : 375, 6), Ghelber G. A. (IV : 363, 72, 3, 5), Grünberg F. (372, 4), Saicovici C. E. (IV : 362, 72, 4, 5, 6), Tudori C. E. (IV : 372, 4). — *Clasa VI-a :* Şalapa A. V. (VI : 428, 9).

Liceul „Mihai Viteazul" Bucureşti.

Clasa IV-a: Voinea Gh. M. (IV: 383*). — *Clasa V-a:* Stambuliu D. D. (V: 433). — *Clasa VI-a:* Kanner B. M. (VI: 424), Marcus S. B. (VI: 417*, T. c.: 162, 4, 8, 9), Posmantin S. H. (VI: 428, 9. T. c.: 163), Vernescu V. P. (VI: 424). — *Clasa VII-a:* Nicolescu T. (T. c.: 163).

Colegiul Naţional „Sf. Sava" Bucureşti.

Clasa IV-a: Stoica V. V. (IV: 363, 73). — *Clasa V-a:* Bottez V. R. (V: 458), Pastia C. C. (V: 424, 5, 6, 40). — *Clasa VI-a:* Ciurescu F. V. (VI: 428), Gheorghiadi G. G. (VI: 414*, 24, 5, 6, 46*), Peternelli St. P. (VI: 428, 9). — *Clasa VII-a:* Pavelescu V. D. (VII: 368). — *Clasa VIII-a:* Bădulescu P. N. (VIII: 268).

Liceul „Schewitz Thierrin" Bucureşti.

Clasa VI-a: Mărgărit I. N. (T. c.: 163) — *Clasa VII-a:* Gamulea I. R. (VII: 358, 67).

Liceul „Libros" Bucureşti.

Clasa VIII-a: Segal J. (VIII: 271, 4, 5).

Liceul „Cantemir-Vodă" Bucureşti.

Clasa IV-a: Moisescu D. (IV: 372, 3).

Liceul „Profesorii Asociaţi" Bucureşti.

Clasa VI-a: Marcussohn L. O. (VI: 414, 6, 24, T. c.: 163). — *Clasa VIII-a:* Paulian N. I. (VIII: 263*, 4, T. c.: 162, 3), Şerbănescu C. N. (VIII: 263, 4, T. c.: 162, 3).

Liceul „Mihail Eminescu" Bucureşti.

Clasa VII-a: Costescu G. I. (VII: 362, 74, T. c.: 162, 3), Georgescu M. Şt. (VII: 362), Leibovici S. (VII: 361, 77), Savovici T. (VII: 361).

Liceul „Aurel Vlaicu" Bucureşti.

Clasa V-a: Mănescu Gh. I. (V: 433, 50, 8). — *Clasa VI-a:* Marin N. I. (T. c.: 163), Neaţă M. (VI: 419, 28, 9).

Liceul „Titu Maiorescu" Bucureşti.

Clasa VII-a: Călin O. I. (T. c.: 163), Profetie S. A. (T. c.: 163).

Liceul „Sf. Andrei" Bucureşti.

Clasa VI-a: Schenk M. E. (VI: 419, 28, 9).

Liceul „Mihai Viteazul“ Alba-Iulia.

Clasa IV-a : Rosenthal M. E. (IV : 374). — *Clasa VII-a :* Hertea I. C. (T. c. : 163), Treitel I. A. (VII : 367, T. c. : 163, 7, 8, 75, 6).

Liceul „Moise Nicoară“ Arad.

Clasa III-a : Gheorghiu I. M. (III : 51, 3, 4, 6*, 7*, 8), Moldt Gh. (III : 54), Negrău I. (III : 46, 57). — *Clasa IV-a :* Fleissig L. (IV : 364*), Grozescu T. T. (IV : 372, 3, 6, 83*), Nistor I. I. (IV : 372, 83*, V : 448), Popa T. (IV : 383*, V : 448), Popoviciu T. T. (IV : 373, 4, 5, 6, 7, 83*), Ştefănescu I. (IV : 372). — *Clasa V-a :* Cristea D. V. (T. c. : 163). — *Clasa VI-a :* David M. E. (VI : 413, 9, 23, 4, 8, 9, 32, 5*, T. c. : 163), Gligor I. (VI : 419, 23, 8, 9, 34*, 7*, T. c. : 165), Luca I. I. (VI : 417*, 9, 23, 8, 9, 34*, 7*, 45, T. c. : 164), Pop I. V. (VI : 419, 21, 2, 4, 8, 37), Simon P. (VI : 417*), Weissberger G. G. (VI : 413, 24, 5, 8). — *Clasa VII-a :* Tocai C. (VII : 367). — *Clasa VIII-a :* Ban T. V. (VIII : 268), Borneas I. M. (VIII : 264, 8, 72, 5*), Mureşan I. (VIII : 268), Musca M. M. (VIII : 268, 70), Pribac G. G. (VIII : 263, 8, 75), Roth I. A. (VIII : 264, 8, 72).

Liceul Romano-Catolic Arad.

Clasa V-a : Schronk F. I. (V : 431, 3, 48, 50, 8). — *Clasa VI-a :* Mózes D. L. (VI : 418, 9, 24, T. c. : 163).

Liceul „Ferdinand I“ Bacău.

Clasa VII-a : Micu P. (VII : 356, 8, T. c. : 163).

Liceul „Codreanu“ Bârlad.

Clasa IV-a : Spanache S. P. (IV : 372, 4). — *Clasa V-a :* Stănescu V. A. (V : 431, 50). — *Clasa VI-a :* Segal H. A. (VI : 428, 9).

Liceul „Samuil Vulcan“ Beiuş.

Clasa III-a : Donea G. (III : 46, IV : 373, 7), Vasilescu A. (IV : 389). *Clasa IV-a :* Paşca I. I. (IV : 373, 5*, 6, 7, 84, 9, VI : 424). — *Clasa VI-a :* Deheleanu I. G. (VI : 417, 28, 9). — *Clasa VII-a :* Spanache Caranfil (T. c. : 163, 74).

Liceul „Sf. Vasile“ Blaj.

Clasa VII-a : Borzea S. A. (VII : 358), Cristea I. N. (VII : 361, 70).

Liceul „Avram Iancu“ Brad.

Clasa V-a : Nicoară A. L. (V : 431, 3).

Liceul „N. Bălcescu“ Brăila.

Clasa V-a : Ioaniţiu G. D. (V : 436, 7), Stănescu V. A. (V : 429, 33, 7, 45, 8, 9, 58) — *Clasa VII-a :* Trefilov I. M. (361, 2, 70, 6, 83*, 5*).

Liceul „Andrei Şaguna“ Braşov.

Clasa IV-a : Bugeanu I. A. (IV : 372, 4, 5*, 6, 81, T. c. : 163), Nicoară S. M. (IV : 362), Nincovici I. S. (IV : 372), Szabo V. I. (IV : 364*, 74, 6). *Clasa VI-a :* Badea A. I. (VI : 428, 9). — *Clasa VIII-a :* Cojanu G. A. (VIII : 261*, 2, 3, T. c. : 163), Prişcu I. R. (VIII : 261*, 2, 84, T. c. : 163).

Liceul „Dr. I. Meşotă“ Braşov.

Clasa IV-a : Gal I. C. (T. c. : 163). — *Clasa V-a :* Halmagiu A. M. (V : 425, 33, 49). — *Clasa VII-a :* Băncilă A. (VII : 362), Lupu M. (VII : 362), Rosenzweig M. (VII : 362, 7, 70). — *Clasa VIII-a :* Scrob L. L. (T. c. : 163).

Liceul „B. P. Hajdeu“ Buzău.

Clasa VI-a : Aldea V. M. (VI : 417*, 27, 8, 9), Constantin N. (VI : 427, 8, 9), Iorgulescu N. F. (VI : 417, 28, 9, T. c. : 163).

Liceul „Ştirbei Vodă“ Călăraşi.

Clasa IV-a : Petrescu V. T. (IV : 373, 4, 7). — *Clasa VI-a :* Gongea G. I. (VI : 428, T. c. : 163), Mihalcea I. M. (VI : 424, 8, T. c. : 163), Ionescu N. V. (VI : 428, T. c. : 163), Niţoiu Gh. (VI : 428), Panait T. I. (VI : 414, 24, 8, 9, T. c. : 163).

Liceul „D. B. Ştirbei“ Câmpina.

Clasa V-a : Alexandrescu I. V. (V : 433), Bucuroiu P. A. (V : 433), Briotă I. I. (V : 424, 33, 46), Cernat T. I. (V : 433, 46, 8, 58), Darie I. I. (V : 424, 33, 58), Davidescu M. (V : 424, 33), Gherhardt C. T. (V : 433), Grünseit (V : 424, 33, 58), Nicolescu A. I. (V : 433), Niculescu I. G. (V : 433, 45), Petcu I. C. (V : 433), Petrescu C. I. (V : 433), Popescu C. I. (V : 425, 33, 46, T. c. : 163), Tudose C. I. (IV : 424, 5, 33, 46, 50*, 8*), Ungureanu G. S. (V : 425, 33, 46, T. c. : 163), Vlădăreanu L. (V : 424, 33, 45), Zecheru C. I. (V : 433), Zissu H. I. (V : 424, 33, 58, T. c. : 163). — *Clasa VI-a :* Dâmboviceanu P. G. (VI : 424, 5, 8, 9). — *Clasa VII-a :* Capătă G. G. (VII : 366*, T. c. : 163), Georgescu G. G. (VII : 366), Ionescu N. V. (VII : 366), Păunescu C. V. (T. c. : 163), Peovici P. P. (VII : 366*), Popescu S. I. (VII : 366), Popescu S. V. (VII : 359), Predescu N. O. (VII : 366), Socolescu M. (T. c. : 165).

Particulari, Câmpina.

Clasa IV-a : Cremenean I. I. (V : 433, 48, 58), Ruemele A. M. (IV : 364).

Liceul „Ioniță Asan" Caracal.

Clasa V-a: Musceleanu S. D. (V: 425*, T. c.: 163), Musceleanu V. I. (V: 424, 5*, 8, 9, 31, 3, 48*, 50, 8, VI: 424*, T. c.: 163, 4), Petrișor I. R. (V: 434), Teodorian P. A. (V: 458).

Liceul „Mitropolitul Silvestru" Cernăuți.

Clasa IV-a: Volschi L. A. (IV: 366, 7*, 74, T. c.: 163).

Liceul militar „Ștefan cel Mare" Cernăuți.

Clasa III-a: Colănel I. (III: 56), Cortușan I. (III: 56), Nicolăescu I. (III: 56), Popescu C. (III: 56), Rizescu D. (III: 56), Vasiliu D. (III: 56). *Clasa VI-a:* Giuglaru T. D. (VI: 428), Ionescu N. C. (VI: 414, 28, 9, T. c.: 163), Roșca I. P. (VI: 428, 9). — *Clasa VII-a:* Bărbieru V. V. (VII: 370), Cotulbea I. C. (VII: 371), Dovgan O. G. (VII: 358, 66, 8, 70, 1, T. c.: 163), Gviazdomorschi R. (VII: 358, 66, 7, 8, 70, 1, T. c.: 163), Ianculescu E. A. (VII: 366, 7, 70), Iliescu G. R. (VII: 358, T. c.: 163), Ionescu D. St. (VII: 370, 1), Moisii G. I. (VII: 358, 66), Onișoru V. (VII: 358, 66, 7, 8, 70, 1, T. c.: 163), Sulițeanu C. (VII: 358, 66, 70, 1), Tutoveanu R. A. (VII: 358, 66, T. c.: 163). — *Clasa VIII-a:* Boian D. E. (VIII: 257), Mățieș E. M. (VIII: 261*, 4*), Șerbănescu N. St. (VIII: 262, 4*, T. c.: 163, 8).

Liceul militar „Regele Ferdinand I" Chișinău.

Clasa IV-a: Antohi I. V. (IV: 383*), Ciobanu I. (IV: 364*, 7, 72, 83), Florea V. (IV: 364*), Herjiu G. (IV: 364), Păslaru C. (IV: 372), Popescu O. (IV: 364), Trifan G. (IV: 364*), Voicu G. (IV: 363). — *Clasa V-a:* Cristea I. C. (T. c.: 163, 8, 71, 3, 4, 5), Horea V. (V: 427, 45), Nanculescu V. N. (V: 425, 7, 45), Pacioglu C. C. (VI: 424, 5, 48). — *Clasa VI-a:* Albeanu I. I. (VI: 424, 8), Bidianu M. I. (VI: 428, 9), Grozăvescu I. A. (VI: 420, 8, 9), Ilie I. N. (VI: 421, 8, 9), Ionescu M. C. (VI: 428, 9, T. c.: 163, 75, 6*), Jalbă A. L. (VI: 420), Ilie I. N. (VI: 421, 8, 9), Melnic C. V. (VI: 428, 9), Perjescu D. T. (VI: 420, 8), Popescu S. (VI: 428, T. c.: 163), Sandu T. A. (VI: 428, 9), Stanciu I. (VI: 428), Vesa R. V. (VI: 413, 20, 4*, 8, 9, T. c.: 175*). *Clasa VII-a:* Toma I. V. (T. c.: 162, 3), Valerian T. P. (T. c.: 163), Zancu A. (VII: 359, 67, T. c.: 162, 3). — *Clasa VIII-a:* Burghele C. (VIII: 263, 70), Enescu D. D. (VIII: 263, 4, 70, 6, T. c.: 163), Furculiță G. (VIII: 262), Pântescu C. (VIII: 261, 70, 2, 3, 6).

Liceul „B. P. Hașdeu" Chișinău".

Clasa VIII-a: Eudoșenco P. A. (VIII: 261, 3, 4, T. c.: 163).

Liceul „Gh. Barițiu" Cluj.

Clasa V-a: Botta A. A. (V: 431, 48, 58, T. c.: 163). — *Clasa VI-a:* Dobjanski A. (VI: 428, 9, 32). — *Clasa VII-a:* Bolohan I. I. (VII: 358, T. c.: 163).

Seminarul Pedagogic Universitar Cluj.

Clasa V-a: Sebök P. (VII : 366).—*Clasa VII-a:* Sebestyen R. A. (VII : 367, 71, 6, 7, 80). — *Clasa VIII-a:* Esca A. (VIII : 264, T. c. : 163), Popescu T. (VIII : 262, T. c. : 163).

Liceul „Fraţii Buzeşti" Craiova.

Clasa III-a: Marian D. (III : 52). — *Clasa VII-a:* Marian M. I. (VII : 356, 61), Popescu S. M. (VII : 359).

Liceul „Modern" Craiova.

Clasa V-a: Mischie N. D. (V : 433, 5, 6).

Colegiul Naţional „Carol I" Craiova.

Clasa VII-a: Sandu G. I. (VII : 358, T. c. : 163).

Liceul militar „D. A. Sturdza" Craiova.

Clasa IV-a: Bădescu F. (IV : 364*, 74, 5), Dinculescu B. N. (IV : 364*, 74*, 5*, T. c. : 163), Oprescu D. M. (IV : 374, 5*, T. c. : 163), Sinescu V. P. (IV : 372, 4, T. c. : 163). — *Clasa V-a:* Băcanu C. (V : 444, 5, 6, T. c. : 163), Bărbuneanu V. V. (V : 435, 40, 5, 6, T. c. : 163), Cioc I. M. (V : 424, 8, 45, 6, VI : 416, T. c. : 163), Mateescu A. M. (V : 424, 35, 41, 5, VI : 416, T. c. : 163, 72). — *Clasa VI-a:* Mavrodin S. S. (VI : 414, 21, 4, 8, 9, 32*, T. c. : 163), Săndulache N. A. (VI : 414, 21, 4, 5, 8, 9, 32*, T. c. : 163). — *Clasa VIII-a:* Ciupag St. H. (VIII : 261*, 3, 8, 70, 1, 3, 4, 5), Corâciu S. M. (VIII : 263, 8, 70, 1, 3), Drăgulănescu M. N. (VIII : 261*, 3, 8, 70, 3), Lupu I. G. (VIII : 261*, 3, 7, 8, 70, 3, 4), Mădan I. (VIII : 261, 3, 4, 8, T. c. : 163), Murariu P. (VIII : 263, 70, 1, 3), Nicolae D. T. (VIII : 261, 2, 3, 4, 8, 70, 3), Vlădoianu R. G. (VIII : 261*, 3, 8, 70, 1, 2, 4, 5*, 6).

Liceul „Ion Maiorescu" Giurgiu.

Clasa VI-a: Petrescu R. Gh. (VI : 423, 4, 8 9, 32, T. c. : 163).

Liceul Internat „C. Negruzzi" Iaşi.

Clasa VI-a: Cunovici A. I. (VI : 428, 9), Teodorescu G. C. (VI : 428, 9). *Clasa VII-a:* Ivanov A. O. (VII : 367), Rottman M. (VII : 361), Rugină A. S. (VII : 358, 61), Tudose A. (VII : 366, T. c. : 163).

Liceul „M. Kogălniceanu" Iaşi.

Clasa VI-a: Wolf S. B. (T. c. : 163).

Liceul militar „General Makarovici“ Iaşi.

Clasa IV-a: Căruntu F. (IV: 372, 3), Climchievici M. (IV: 373), Coslovschi V. M. (IV: 372, 3, 7), Iftode I. C. (IV: 372, 3), Marinescu M. I. (IV: 364, 72, 3), Popescu Z. V. (IV: 373, 7). — *Clasa V-a:* Bogdan G. (V: 431, 3), Cristea I. C. (V: 431), Drăghicescu P. (V: 431). — *Clasa VI-a:* Atanasiu C. V. (VI: 413, 4), Bârzu G. V. (VI: 413, 8, 9, 20, 8, 9, 32*, 7, VII: 366, T. c.: 175, 6*), Broşteanu G. (VI: 428), Cortez P. P. (VI: 413), Damian Al. (VI: 428), Duicu G. C. (VI: 428), Gheorghiu A. A. (VI: 414, 24, 8, 9), Păun D. M. (VI: 418, 20, 8, 9), Pintilie I. I. (VI: 413, 4, 8, 24, 8, 9, T. c.: 163), Şerbănescu M. (VI: 420, 4, 8, 9, 32*), Timofte S. M. (VI: 428, 9, T. c.: 163).

Liceul „Naţional“ Iaşi.

Clasa IV-a: Baran D. T. (IV: 362, 7, 72, 4, 6), Groholschi G. S. (IV: 372, 4, 5, 6, 9), Marinescu P. N. (IV: 364*, 72, 4, 5, 6).

Liceul militar „N. Filipescu“ Mânăstirea Dealu.

Clasa IV-a: Iordănescu G. P. (IV: 374, 6, 7, 83), Stoianovici I. S. (IV: 374, 7), Vlădoianu T. R. (IV: 374). — *Clasa V-a:* Aldea V. V. (V: 433), Crăciunescu I. M. (V: 423*, 5, 31, 3), Floreşteanu A. (V: 424), Hristescu I. I. (V: 424, 5, 31, T. c.: 163), Ionescu Berechet A. (V: 433). — *Clasa VI-a:* Bârlea-Suhăţeanu G. V. (VI: 415, 21, 7, 8, 9, 34, VII: 358, 67, T. c.: 163, 72), Beştoiu N. (VI: 413, 28, 9, 32, T. c.: 163), Boeru C. A. (VI: 414, 24, 8, 9, 32, 4), Chintescu M. M. (VI: 414, 24, 8, 9, 32, 7, T. c.: 162, 3), Dragomir A. (VI: 424, 8, 9, 35, T. c.: 163), Georgescu C. F. (VI: 413, 28, 9), Lăcătuş G. V. (VI: 435), Marinescu N. (VI: 428, 34), Nicolaescu S. M. (VI: 428, 9, T. c.: 163), Popescu V. C. (VI: 413, 35, T. c.: 163), Predoiu R. N. (VI: 424, 8, 9, 32, 5, T. c.: 163), Şerban C. C. (VI: 424, 8, 9, 32, 3, 4, 6), Vijelie N. E. (T. c.: 162, 3). — *Clasa VII-a:* Anastasiu M. M. (T. c.: 163), Andrievici N. (VII: 359, VIII: 275*, T. c.: 162*), Buznea D. D. (VII: 359, T. c.: 163), Staicu I. N. (T. c.: 163), Stoenescu D. M. (VII: 370, 4*, VII: 275*, T. c.: 162*, 3, 8).

Gimnaziul mixt Orşova.

Clasa III-a: Curcă M. I. (III: 57).

Liceul „Sf. Petru şi Pavel“ Ploeşti.

Clasa VI-a: Drosescu G. G. (VI: 428, 9). — *Clasa VII-a:* Constantinescu N. V. (VII: 366), Rădulescu A. (VII: 366), State A. D. (VII: 361, T. c.: 163).

Liceul „Alex. Lahovari“ Râmnicul Vâlcea.

Clasa V-a: Andreescu G. I. (V: 358). — *Clasa VII-a:* Urşeanu I. P. (VII: 358).

Liceul „Gh. Lazăr" Sibiu.

Clasa VII-a: Bighea I. I. (VII : 359).

Liceul „Principele Nicolae" Sighişoara.

Clasa VI-a: Deac C. C. (VI : 428, 9).

Liceul „Tudor Vladimirescu" Târgu-Jiu.

Clasa V-a: Poenaru P. V. (T. c.: 163). — *Clasa VII-a:* Bălă C. M. (VII : 358, 77, T. c.: 163), Bărbulescu G. (VII : 358, 67, T. c.: 163), Pănoiu I. (VII : 361).

Liceul militar „Mihai Viteazul" Târgu-Mureş.

Clasa III-a: Guţu A. F. (III : 48). — *Clasa IV-a:* Georgescu Gh. (IV : 364*), Tudosie T. (IV : 364*). — *Clasa V-a:* Coman I. L. (V : 425), Rădulescu T. I. (V : 425), Zaharia V. G. (V : 427). — *Clasa VI-a:* Sava V. D. (VI : 428, 91), Sotirescu N. (VI : 424, 7, 8, 9), Tătaru F. C. (VI : 428, 9), Tipărescu E. (VI : 428), Todiricâ V. I. (IV : 428, 9). — *Clasa VII-a:* Măgean I. N. (VII : 362), Mihăilescu D. D. (VII : 362), Mironescu I. D. (VII : 362, T. c. : 166), Oprescu I. (VII : 358), Popescu F. C. (VII : 362, 4), Todiricâ V. C. (VII : 370). — *Clasa VIII-a:* Achimescu T. N. (VIII : 270), Vişan M. I. (VIII : 270).

Liceul „D. A. Sturdza" Tecuci.

Clasa VI-a: Sbârnea D. G. (VI : 413, 4*, 8, 9, 24*, 8, 31, 2*, 4*, 5, 45, 6, VII : 364, 5, VIII : 275*, T. c.: 163, 8, 75, 6, 7).

Liceul „C. D. Loga" Timişoara.

Clasa III-a: Ciupe G. M. (III : 46, 51, 3). — *Clasa IV-a:* Albu T. T. (IV : 373), Plapşa M. A. (IV : 374, 5, 6, 7, 83, 9*, 90*, 1), Rădoiu N. N. (IV : 363, 73, 4, 5, 7, 83), Timoteiu T. A. (IV : 374, 5). — *Clasa VI-a:* Bakonyi C. (VI : 414, 5, 6, 7, 8, 9, 24, 5, 6, 8, 9, 32, 4*, VII : 370, VIII : 275, T. c.: 162*, 3, 4, 8).

Gimnaziul „Vicenţiu Babeş" Timişoara.

Clasa IV-a: Guran G. S. (IV : 373, 4, 5, 6, 7), Munteanu S. I. (IV : 372).

Liceul „Piarist" Timişoara.

Clasa V-a: Popescu Gh. (V : 431, 3, VI : 414, 24, 32). — *Clasa VII-a:* Raminscky S. (VIII : 358).

Liceul „Principele Carol" Tulcea.

Clasa VII-a: Gheorghiu E. O. (VII : 358, T. c. : 163).

Liceul „Sf. Haralambie" Turnu-Măgurele.

Clasa VI-a: Necşescu I. A. (VI : 414, 6, 24, 8).

Liceul „Traian" Turnu-Severin.

Clasa V-a: Bubulete V. S. (V: 449, 50, 8, 9*), Corâciu I. C. (V: 433, 45, 6, 8, 50, 8), Firoiu I. R. (V: 433, 45, 6, T. c.: 163), Iorgulescu C. M. (V: 448, 50, 8). — *Clasa VI-a:* Bengulescu C. A. (VI: 414, 6, 26, 8, 9), Berman A. (VI: 428, 9), Cruceru Gh. (VI: 413, 4, 24, 8, 32*, 5, T. c.: 163), Ionescu P. M. (VI: 428, 9), Mihai I. G. (VI: 428, 9), Zăman G. G. (VI: 414, 21, 8, 9, T. c.: 163). — *Clasa VII-a:* Boiangiu D. D. (VII: 362, 6, 7, T. c.: 163), Căpraru A. (VII: 361, T. c.: 174). — *Clasa VIII-a:* Bubulete A. (VIII: 265), Gherghinescu V. R. (VIII: 263, 70, 3, 4), Ördögh A. L. (VIII: 263, 4, 8), Tudora M. M. (VIII: 268, 70, 4), Zaharia C. P. (VIII: 261, 2, 3, 4, 8, 70, T. c.: 163).

EXERCIȚII PROPUSE

Soluțiile exercițiilor propuse în acest număr se primesc până la 1 Aprilie 1939

Clasa III-a. *Exerc. 62.* Se dă un trapez ABCD, având laturile neparalele AB și CD. O paralelă la baze întâlnește latura AB în E, diagonala BD în F, diagonala AC în G și latura CD în H. Să se arate că $\overline{EF} = \overline{GH}$.

G. D. S.

III. 63. O sumă de bani a fost desfăcută în două părți și date la dobândă: una cu $4^0/_0$ și a doua, care este $\frac{2}{3}$ din prima, cu $6^0/_0$. După *100* zile, ele au adus ca dobândă $\frac{4}{3}$ din *1000* lei. Care a fost suma?

N. M.

III. 64. Trei proprietari au vii în aceeași podgorie. Ei se asociază cu scopul să-și formeze un capital suficient de mare, cu care să poată lucra sistematic viile și astfel să aibă cel mai mare beneficiu. Viile lor care erau alăturate formează astfel o nouă vie. Via celui dintâi valorează $\frac{1}{5}$ din noua vie; a celui de-al doilea $\frac{1}{3}$ din noua vie. Primul proprietar aduce un capital pentru lucrarea viei și pentru întâmpinarea altor cheltueli necesitate de valorificarea vinului; al doilea aduce un capital egal cu $\frac{2}{3}$ din al primului, iar al treilea aduce un capital care valorează $\frac{5}{7}$ din capitalul celui de-al doilea.

Din vânzarea vinului ei câștigă 3.210.000 lei. Cât se cuvine fiecăruia?

Gh. D.

III. 65. Fie ABCD un patrulater oarecare cu diagonalele egale. Pe $\overline{AD}$ luăm un punct M şi ducem MN paralelă cu BD, care taie pe AB în N; apoi din N ducem NP paralelă la AC, care taie pe BC în P; în fine din P ducem PR paralelă la BD, care taie pe CD în R. Să se arate că:

1°. Patrulaterul MNPR este un paralelogram;

2°. Unde trebue să fie luat punctul M pe AD, pentru ca paralelogramul MNPR să fie asemenea cu acela format de paralelele duse la BD şi AC prin vârfurile patrulaterului dat.

O. N. Ţ.

III. 66. Se dă un triunghiu ABC, având

$$\overline{AB} = 6 \quad , \quad \overline{BC} = 10 \quad , \quad \widehat{ABC} = 60^0.$$

Prin punctul H de întâlnire al înălţimilor ducem o paralelă laturii BC, care întâlneşte AB în D şi AC în E.

Să se afle raportul segmentelor $\overline{DH}$, $\overline{HE}$.

C. I. B.

Clasa IV-a. *Exerc. 392.* Să se calculeze expresiunea:

$$E = \frac{\dfrac{x^2+xy}{x^2-xy}+1}{\dfrac{x^2+xy}{x^2-xy}-1} \times \frac{\dfrac{xy+y^2}{xy-y^2}-1}{\dfrac{xy+y^2}{xy-y^2}+1}.$$

C. I. B.

IV. 393. Să se arate că:

$$\frac{a}{2-a}\left(1-a-\frac{1}{1-a}\right)+\frac{a^2}{1-a}=0$$

$$\frac{a(1+b^2)-b(1+a^2)}{a(1-b^2)-b(1-a^2)} = \frac{1-ab}{1+ab}$$

$$\frac{[a(1+a)-b(1+b)](1-a-b)}{[a(1-a)-b(1-b)](1+a+b)} = 1.$$

C. I. Ţ.

IV. 394. Să se arate că:

$$\frac{(x^2-1)(x^4-1)}{x^6+1}\left[1+\left(x-\frac{1}{x}\right)^2\right]=\left[4-\left(x+\frac{1}{x}\right)^2\right]=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2.$$

C. I. Ţ.

IV. 395. Să se arate că:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{a+1}\left(a-\frac{1}{a}\right)=1\ ;\quad \frac{1}{a}+\frac{1}{a-1}\left(a+\frac{1}{a}\right)=\frac{a+1}{a-1};$$

$$\frac{1}{a}-\frac{1}{a-1}\left(a-\frac{1}{a}\right)=-1\ ;\quad \frac{1}{a}-\frac{1}{a+1}\left(a+\frac{1}{a}\right)=\frac{1-a}{1+a}.$$

C. I. Ţ.

IV. 396. Să se arate că:

$$\frac{1}{2x(a-b)}\left[1-\frac{(x-a)(x+b)}{(x+a)(x-b)}\right]=\frac{1}{(x+a)(x-b)}$$

$$\frac{1}{(x^2+1)(1-a)}\left[1+\frac{x^2-a^2}{1-a^2x^2}\right]=\frac{1}{1-a^2x^2}\ .$$

C. I. Ţ.

IV. 397. Să se verifice că:

$$\frac{x+1}{x-1}+\frac{y+1}{y-1}+\frac{xy-1}{x+y}=\frac{x+1}{x-1}\cdot\frac{y+1}{y-1}\cdot\frac{xy-1}{x+y}.$$

N. M.

IV. 398. Sunt date în spaţiu un cerc (C) şi două puncte A şi B. Să se găsească pe cercul (C) punctele egal depărtate de A şi B. Discuţiune.

O. N. Ţ.

IV. 399. Sunt date în spaţiu un plan P şi trei puncte A, B, C. Să se determine în planul P punctele egal depărtate de A, B, C. Discuţiune.

O. N. Ţ.

IV. 400. Se consideră unghiul BAC aşezat în planul P. Se ia un punct N pe perpendiculara ridicată pe planul P printr'un punct M al bisectoarei unghiului BAC. Dacă R şi S sunt picioarele perpendicularelor duse din M pe AB şi AC, să se arate că $\overline{NR} = \overline{NS}$.

G. D. S.

IV. 401. Să se calculeze produsul:

$$P \equiv (x+1)(x-1)(x+3)^2(x-3)^2(x^2+1)$$

pe calea cea mai simplă.

G. D. S.

Clasa V-a. *Exerc. 459.* Intre punctele A şi B de pe dreapta AB se iau punctele C şi D aşa încât

$$\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{DB}}{\overline{DA}}.$$

Să se arate, fără a ţine seama de semne, că:

$$CA = \overline{DB}.$$

GH. B.

V. 460. Fie MA, MB tangentele din M la un cerc O şi C diametralul lui A. Să se demonstreze că CB şi OM sunt paralele.

GH. B.

V. 461. Fie un cerc O şi un diametru $\overline{AB}$ al său. Pe tangenta în A la cercul O se ia un punct mobil M. Fie C intersecţia cercului O cu paralela din B la OM. Să se arate că MC este tangentă la cercul O.

GH. B.

V. 462. Fie un cerc O, un punct A pe el şi tangenta AT la cercul O în punctul A. Dintr'un punct M al tangentei AT ducem a doua tangentă MC la cercul O, iar prin punctul de contact C o paralelă CN la OM. Să se arate că, dacă punctul M se mişcă pe tangenta AT, dreapta CN trece printr'un punct fix.

O. N. Ţ.

V. 463. Prin vârful A al unui triunghiu isoscel ABC ($\overline{AB} = \overline{AC}$), se duce o dreaptă (D) care face 45^0 cu bisectoarea unghiului A. Fie B', C' respectiv proiecțiunile punctelor B, C pe dreapta D. Să se arate că:

$$\overline{AB} = \overline{CC'} \quad \text{și} \quad \overline{AC'} = \overline{BB'}.$$

C. I. Ț.

V. 464. Fie A' simetricul vârfului obtus A, al triunghiului ABC față de latura BC. O paralelă din A' la BC taie cercul circumscris triunghiului în D și E. Avem:

$$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = \overline{DB} \cdot \overline{DC} = \overline{EB}\ \overline{EC}.$$

N. M.

V. 465. Să se arate că dacă diagonala unui trapez este bisectoarea unghiului alăturat bazei mari, latura neparalelă ce pornește din același vârf este egală cu baza mică.

G. D. S.

V. 466. Să se discute sistemul de ecuațiuni:

$$\frac{x}{x-1} + \frac{y}{y-1} = 0\ , \qquad \frac{x+1}{x} + \frac{y+1}{y} = 0.$$

C. I. Ț.

V. 467. Să se descompună într'un produs de factori expresia:

$$E \equiv x^{10} - x^8 - 32x^6 + 32x^4 + 256x^2 - 256.$$

G. D. S.

V. 468. Să se demonstreze că dreptele care reprezintă ecuațiile

$$20x + 15y - 72 = 0\ , \quad -15x + 20y = 96$$

sunt perpendiculare.

Să se afle distanța punctului de intersecție al dreptelor la origina axelor de coordonate.

GH. D.

V. 469. Să se găsească punctele din planul axelor de coordonate XOY, astfel ca să avem:

$$3x - 5y + 6 > 0 \quad ; \quad x + 2y + 2 > 0 \quad ; \quad 4x - 3y - 3 < 0.$$

O. N. Ţ.

V. 470. Fie un triunghiu oarecare ABC şi un cerc trecând prin B, C, şi care taie laturile BA şi CA respectiv în C' şi B'. Dreptele CC' şi BB' se taie în punctul I, iar AI taie pe BC în A'. Să se arate că dacă patrulaterele CA'IB' şi BA'IC' sunt inscriptibile, dreptele AA', BB', CC' sunt înălţimile triunghiului ABC.

O. N. Ţ.

Clasa VI-a. *Exerc. 448.* Să se rezolve sistemul de ecuaţii:

$$\frac{\cos\frac{\pi - x}{3}}{\sin x} = \frac{\cos\frac{\pi - y}{3}}{\sin y} \quad ; \quad x + y = \frac{\pi}{2}.$$

G. D. S.

VI. 449. Să se rezolve ecuaţia:

$$\sin 2x + \cos 3x = \cos 2x + \sin 3x.$$

G. D. S.

VI. 450. Să se arate că:

$$\frac{\operatorname{tg} 66^0 - \operatorname{tg} 36^0}{\operatorname{tg} 36^0 - \operatorname{tg} 6^0} = \frac{\cos 6^0}{\cos 66^0}.$$

C. I. Ţ.

VI. 451. Să se arate că:

$$1 - (\cos 3a - \sin 3a)^2 = \sin 2a\,(1 - 2\cos 4a)$$

$$(\operatorname{tg} 2a - \operatorname{tg} 2b)(1 - \operatorname{tg}^2 a)(1 - \operatorname{tg}^2 b) = 2(\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} b)(1 + \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b).$$

C. I. Ţ.

VI. 452. Dacă

$$A + B + C = 2(3k - 1)\pi,$$

avem:

$$(\sin A + \sin B + \sin C)(1 + \cos A + \cos B + \cos C) + 2\sin A \sin B \sin C = 0,$$

$$(\sin A - \sin B - \sin C)(1 + \cos A - \cos B - \cos C) + 2\sin A \sin B \sin C = 0,$$

k fiind un număr întreg. C. I. Ț.

VI. 453. Să se arate că:

$$\frac{\sin\alpha - \cos\alpha}{\sin\alpha + \cos\alpha} - \frac{\sin\alpha + \cos\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha} = \frac{4}{\operatorname{cotg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha} = 2\operatorname{tg}2\alpha$$

$$\frac{\sin\alpha - \cos\alpha}{\sin\alpha + \cos\alpha} + \frac{\sin\alpha + \cos\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha} = \frac{2}{1 - 2\cos^2\alpha} = -2\sec 2\alpha.$$

C. I. Ț.

VI. 454. Fie ABCDE un pentagon regulat; F și G proiecțiunile lui A pe CD și pe BC. Avem:

$$\frac{\overline{AF}}{\overline{AG}} = \tfrac{1}{2}(1 + \sqrt{5}).$$

N. M.

VI. 455. Să se rezolve sistemul:

$$\begin{cases} x^y = 10^{\frac{4k^2 \log b}{25a}} \\ x^a b^y = b^k \end{cases}$$

unde a, b, k sunt numere pozitive date.

Gh. D.

VI. 456. Două plane perpendiculare P și Q se taie după o dreaptă D. Se ia un punct A în planul Q și două puncte B, C în planul P, simetrice față de dreapta D. Să se arate că:

$$\overline{AB} = \overline{AC}.$$

G. D. S.

VI. 457. Se dă un plan P, un cerc așezat în acest plan, având centrul O și un punct A exterior planului.

Să se determine punctul M de pe cerc astfel ca unghiul AMO să fie drept.

G. D. S.

VI. 458. Intr'un plan dat P să se găsească un punct M ale cărui distanțe la două puncte fixe din spațiu A și B să fie respectiv d și d'.

Dacă problema are o singură soluție și dacă distanțele punctelor A și B la planul P sunt δ și δ', să se arate că avem relația:

$$\overline{AB}^2 = (\delta' - \delta)^2 + (\sqrt{d^2 - \delta^2} \pm \sqrt{d'^2 - \delta'^2})^2.$$

V. GH.

VI. 459. Un triunghiu ABC are

$$\overline{AB} = 6 \quad , \quad \overline{BC} = 10 \quad , \quad \hat{ABC} = 60^0.$$

Să se calculeze: *a)* Lungimile înălțimilor, *b)* aria triunghiului ABC, *c)* perimetrul triunghiului ABC.

C. I. B.

Clasa VII-a. *Exerc. 386.* Se consideră determinantul:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix};$$

dacă schimbăm între ele literele a_{ij} în toate modurile posibile, să se afle câți determinanți de valoarea diferită se pot forma.

Să se rezolve aceeași chestiune pentru un determinant de ordinul trei. Să se generalizeze.

E. AR.

VII. 387. Un copil are un joc compus din *șase* cuburi, aflate intr'o cutie dreptunghiulară a cărei lungime este cât a *trei* cuburi, iar lățimea cât a *două* cuburi. Fiecare cub are pe fiecare față câte un desemn astfel ca două fețe oarecare a două cuburi oarecare, să nu aibă același desemn. Să se afle câte figuri diferite se pot forma, în cutie, cu cele șase cuburi. Să se generalizeze.

E. AR.

VII. 388. Să se determine umbra aruncată pe planul de proiecție de un segment $\overline{AB}$ [A(6, 7, 2); B(10, 1, 10)] luminat de un izvor luminos L(2, 3, 5).

V. GH.

VII. 389. Se dau în epură punctele:

$A(o, ma, o)$; $B(o, o, mb)$, $C(l, o, mnb)$; $D(l, mna, o)$,

$E(o, a, b)$, $F(l, na, nb)$.

1^0. Să se arate că dreptele AC, BD şi EF sunt concurente;

2^0. Să se exprime depărtarea şi cota punctului de intersecţie.

Caz particular:

$a = 1$, $b = -2$, $m = {}^3/_2$, $n = 4$, $l = 5$.

C. I. Ţ.

VII. 390. Fie:

$f(x) = x^2\,[2+(1-x)^2-x^2]$ şi $g(x) = (1-x)^2\,[2-(1-x)^2+x^2]$.

Să se arate că: $f'(x) + g'(x) = 0$. Concluzie.

N. M.

VII. 391. Fiind dată funcţiunea:

$$f(x) = \frac{\sqrt[n]{1+x^m}\,(1-x^p)^{2r}}{1+\sqrt[n]{x^{m+2npr}}},$$

să se arate că: $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$.

In ce caz funcţiunea $f(x)$ poate să fie discontinuă?

C. I. Ţ.

VII. 392. Să considerăm funcţiunea:

$$y = \sqrt{x^2+2x+3+\sqrt{x^4+4x^3+6x^2+8x+8}}.$$

Să se determine în jurul lui $x = 1$ un interval $(1-\varepsilon,\ 1+\varepsilon)$ astfel ca pentru o creştere dată variabilei x în acest interval, creşterea corespunzătoare a lui y să fie în valoare absolută mai mică decât 0,01.

O. N. Ţ.

VII. 393. Fiind dată funcţiunea:

$$y = \frac{x^2+1}{\sqrt{x^2+3+2\sqrt{x^2+2}}},$$

să se determine în jurul lui $x = 0$ un interval $(-\varepsilon,\ +\varepsilon)$ astfel ca pentru o creştere dată lui $x = 0$ în acest interval, creşterea corespunzătoare a lui y să fie în valoare absolută mai mică decât 0,001.

O. N. Ţ.

VII. 394. Se dă funcţiunea

$$y = x^3 - 6x^2 + 7x + 1.$$

Fără a construi curba reprezentativă şi fără table de logaritmi, să se construiască tangenta curbii în punctul de abscisă 1.

C. I. B.

VII. 395. Se consideră funcţiunea

$$y = x^3 + ax^2 + bx - 2.$$

Să se determine a şi b astfel încât curba reprezentativă să admită tangente paralele cu axa Ox, pentru $x = 1$, $x = 2$.

C. I. B.

Clasa VIII-a. *Exerc. 385.* Să se arate fără a face desvoltările, că expresia:

$$\begin{aligned} E \equiv\ & (x+1)^2 x^2 (x-1)^2 - 3(x+2) x^2 (x-1)^2 (x-2) \\ & + 3(x+2)(x+1)(x-1)^2 (x-2)(x-3) \\ & - (x+2)(x+1) x (x-2)\ (x-3)(x-4) \end{aligned}$$

este independentă de x.

G. D. S.

VIII. 386. Fie P şi Q două puncte fixe situate pe o parabolă, simetrice faţă de axa ei. M fiind un punct variabil pe parabolă să se găsească locul geometric al ortocentrului triunghiului MPQ.

G. D. S.

VIII. 387. Se cere locul geometric al intersecţiei unei drepte D, ce trece printr'un punct fix, cu diametrul conjugat direcţiei D, faţă de o parabolă dată.

G. D. S.

VIII. 388. Fie A punctul unde directoarea unei parabole date întâlneşte axa ei de simetrie. Se duce cercul cu centrul în A şi tangent parabolei. O secantă variabilă ce trece prin vârful parabolei taie cercul în punctul N şi parabola în M. Să se afle locul geometric al intersecţiei tangentelor în N şi M la cerc şi parabolă.

G. D. S.

VIII. 389. Să se determine α astfel încât polinomul:

$$P(x) \equiv 4(x^2+x+1)(x^2+4x+7) - (2x^2+5x+\alpha)^2$$

să fie un patrat perfect.

G. D. S.

VIII. 390. In planul axelor coordonate *xoy* se consideră punctele M(2, — 1) şi N(4, 1). Fie încă U un punct variabil pe axa OX şi intersecţiile succesive:

$$P \equiv (UM, OY) \; ; \; Q \equiv (NP, OX) \; ; \; V \equiv (MQ, OY).$$

Dreapta UV are o direcţie fixă.

N. M.

VIII. 391. Se dau punctele A(1, 1) şi $M\left(\frac{1}{m^2}, \frac{1}{m}\right)$. Se duce prin A o dreaptă de coeficient unghiular $-m$ şi prin M o paralelă cu bisectoarea a doua a axelor de coordonate; aceste drepte se intersectează în N. Se cere: 1) Să se scrie ecuaţia cercului care trece prin O, A, M şi să se arate că acest cerc trece şi prin N. 2) Să se determine *m* astfel ca centrul acestui cerc să se găsească pe dreapta OM. Să se arate că în acest caz centrul considerat este la mijlocul lui OM şi să se explice rezultatul.

E. AR.

VIII. 392. Să se construiască curba

$$9x^2 + 16y^2 - 3x - 4y - \tfrac{1}{2} = 0.$$

C. I. B.

Toate clasele. *Exerc. 186.* Dacă $\varphi_i(I)$ înseamnă indicatorul de ordinul *i* a lui I, să se calculeze valoarea expresiunii:

$$E = \varphi_{10}(1939).$$

I. L.

T. C. 187. In ce sistem de numeraţie ar trebui scris numărul *1939*, pentru ca să ne dea numărul *2462?*

I. L.

T. C. 188. Care este exponentul cel mai mare al lui *1938* care împarte exact numărul:

$$N = (1939^2)!$$

I. L.

T. C. 189. Să se calculeze produsul numerelor prime cu *1939* şi mai mici decât el.

I. L.

T. C. 190. Să se determine valorile minime ale întregilor pozitivi a şi b, astfel încât să avem:

$$3049^a + 9403^b \equiv \mathcal{M}\, 13.$$

I. L.

T. C. 191. Să se arate că expresiunea:

$$\frac{144!}{1!\,2!\,3!\ldots 13!}$$

este număr întreg.

I. L.

T. C. 192. Să se arate că:

$$3 \cdot 3! \cdot 3!! \; 3!!! < 3^{3^3}.$$

I. L.

T. C. 193. Dacă N şi n sunt numere întregi şi pozitive, atunci avem:

$$\left(\frac{N+1}{N}\right)^n > 1 + \frac{n}{N+1}.$$

I. L.

ERATĂ. La III. 59 rândul 5 se va scrie 4 lei în loc de 5 lei.

INSTRUCȚIUNI

a) Soluțiile exercițiilor se vor scrie cu cerneală, pe sferturi de coală și numai pe o parte a foii.

Dacă va fi nevoie de mai multe foi pentru soluționarea unui exercițiu, ele se vor coase sau lipi în partea stângă. Figurile, ce vor fi necesare pentru urmărirea exercițiului se vor construi îngrijit, cu cerneală sau tuș, pe foi aparte, având formatul arătat mai sus și se vor coase sau lipi odată cu soluția.

Nu se vor trimite soluțiile mai multor exerciții pe aceeași foaie.

b) Redactarea soluțiilor se va face astfel :

Sus, se va scrie numărul exercițiului, dedesubt enunțul astfel cum e publicat în revistă, cu inițialele propunătorului, apoi soluția clar compusă, iar la sfârșit, iscălitura rezolvitorului în ordinea următoare :

Nume de botez complet, inițiala părintelui, numele de familie, însoțite de clasa și școala pe care o urmează.

c) Nu se vor lua în considerare soluțiile iscălite de 2 sau mai mulți corespondenți, nici soluțiile exercițiilor propuse la clase inferioare aceleia în care corespondentul se află. Pentru redijarea soluțiilor a se vedea indicațiile din Nr. 1, Vol. IV.

d) Soluțiile se primesc timp de 3 luni dela propunerea exercițiului, numai dela abonații „Suplimentului cu Exerciții" al Gazetei Matematice, pe adresa Locot. C. D. Ionescu-Țiu, Casa Gazeta Matematică, Calea Griviței 158, București 2.

Drepturile de reproducere rezervate Societății «Gazeta Matematică».

Elevii claselor VI, VII și VIII, cu bogată activitate la această revistă își pot lărgi cadrul activității soluționând probleme din „Gazeta Matematică".

„Gazeta Matematică" apare la 15 al fiecărei luni. Costul abonamentului este 200 lei și se trimite la „Casa Gazeta Matematică", Calea Griviței 158, București 2.

In Biblioteca „Gazetei Matematice" au apărut și se găsesc la adresa indicată mai sus, următoarele :

III. **N. Abramescu,** Lecțiuni elementare de Algebră superioară, pentru clasa VIII-a științifică, Ediția VI-a . . . . . Lei 120

VIII. **A. G. Ioachimescu,** Culegere de Probleme de Algebră. Partea I. Ediția IV-a revăzută și mărită . . . . Lei 120

IX. **G. Em. Filipescu, A. G. Ioachimescu, I. Ionescu, T. Lalescu și C. Țițeica,** Vocabular Matematic . . . . . Lei 20

X. **G. Țițeica,** Culegere de Probleme de Geometrie . . Lei 150

XI. **Gazeta Matematică** 1895—1935. Istoric, învățăminte. Volum jubilar (500 pag.) . . . . . { pentru particulari . . . . Lei 200 / pentru abonații G. M. și S. G. M. Lei 150

XII. **V. Cristescu,** Culegere de Probleme de Trigonometrie. Partea I. (Goniometrie) revăzută și adăugită de *Gh. Th. Gheorghiu* . . . Lei 95

XIII. **I. Ionescu,** Culegere de Probleme de Aritmetică. Partea I. Aritmetica rațională . . . . . Lei 190

XIV. **V. Cristescu,** Culegere de Probleme de Trigonometrie. Partea II-a. (Trigonometrie plană). Ediția II-a revăzută și adăugită de *Gh. Th. Gheorghiu* . . . . . Lei 125

Suplimentul cu Exerciții { Abonamentul anual (9 numere) . Lei 50 / Un an vechi (9 numere) . . . . Lei 100

M. O., IMPRIMERIA NAȚIONALĂ. — C. 53.578

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL V. No. 5 1 FEBRUARIE 1939

BIBLIOTECA CENTRALĂ "ASOCIAŢIUNII" SIBIU

SOCIETATEA GAZETA MATEMATICĂ

CALEA GRIVIŢEI, 158. BUCUREŞTI 2

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIȚII

ANUL V, No 5 1 FEBRUARIE 1950

SOCIETATEA GAZETA MATEMATICĂ

CALEA GRIVIȚEI, 126, BUCUREȘTI 2

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL V. No. 5 — 1 FEBRUARIE 1939

ABONAMENTUL LEI 50 PE AN (9 numere)

Soluţii, abonamente şi orice corespondenţă pe adresa:

Locot. C. D. IONESCU-ŢIU

Casa «Gazeta Matematică», Calea Griviţei 158. — Bucureşti 2

EXERCIŢII REZOLVATE

Clasa V-a. *Exerc. 440.* Prin vârfurile A şi C se duc paralele la bisectoarea EF, până întâlnesc diagonala BD respectiv în G şi H. Din asemănările:

$$\Delta BEO \sim \Delta BAG \quad \text{şi} \quad \Delta DFO \sim \Delta DCB$$

deducem:

$$(1) \quad \frac{EO}{AG} = \frac{OB}{OB+OG} \quad \text{şi} \quad \frac{FO}{CH} = \frac{OD}{OD+OH}.$$

Se ştie însă că triunghiurile OAG şi OCH sunt isoscele, deci $OG = OA$ şi $OH = OC$. Rezultă:

$$(2) \quad \frac{EO}{AG} = \frac{OB}{OA+OB}; \quad \frac{FO}{CH} = \frac{OD}{OC+OD}.$$

Mai deducem:

$$\frac{AG}{CH} = \frac{OA}{OC}.$$

Atunci (2) ne dă:

$$\frac{\frac{1}{OE}}{\frac{1}{OF}} = \frac{\frac{OA+OB}{OB}}{\frac{OC+OD}{OD}} \times \frac{CH}{AG} = \frac{\frac{OA+OB}{OB}}{\frac{OC+OD}{OD}} \times \frac{OC}{OA} = \frac{\overline{OA}+\overline{OB}}{\overline{OA}\times\overline{OB}} = \frac{\overline{OC}+\overline{OD}}{\overline{OC}\times\overline{OD}}$$

c. c. t. d.

G. D. S.

Clasa VIII-a. *Exerc. 264.* Punctul cerut se găseşte la întretăerea mediatoarei segmentului BC, cu bisectoarea unghiului OBC. Cum orice unghiu are *două bisectoare* (una interioară şi una exterioară), vom avea două soluţii.

Ecuaţia mediatoarei lui BC este:

$$8x - 6y - 7 = 0.$$

Ecuaţiile bisectoarelor unghiului OBC sunt:

$$\text{(int.) } x + 3y - 4 = 0 \qquad \text{(ext.) } 3x - y - 12 = 0.$$

Găsim punctele:

$$M\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{6}\right) \; ; \quad M'\left(\frac{13}{2}, \frac{15}{2}\right).$$

G. D. S.

Pentru toate clasele. *Exerc. 165. Să se arate că dacă* n *este un număr prim absolut, atunci avem:*

$$n^2 ! > n ! \; n^n .$$

I. L.

In baza formulei produsului numerilor prime cu un număr dat şi mai mici ca el, stabilită în G. M., Anul XXXI, pag. 83, avem în cazul de faţă produsul:

$$P(n^2) = \frac{n^2 !}{n ! \; n^n}.$$

Ori cum avem $P(n^2) > 1$, urmează că şi neegalitatea este adevărată.

T. C. 170. Dacă φ (I) *reprezintă indicatorul lui* I, *atunci avem:*

$$\varphi(101 !) > 100 !$$

I. L.

1. In G. M., Volumul XXXII, pag. 470 am rezolvat problemele: *3413* şi *3528*, prin care arătăm că dacă $n > 3$ avem:

$$\varphi(n !) > [\varphi(n)] !$$

şi dacă $n > 2$ avem:

$$\varphi(n !) > (n - 1) !$$

In cazul problemei 170, avem:

$$n = 101 \quad \text{şi} \quad n - 1 = 100 \quad \text{sau} \quad \varphi(n) = 100$$

de unde rezultă că neegalitatea este adevărată.

2. Direct se poate dovedi observând că avem:

$$\frac{\varphi(101!)}{100!} = \frac{1.2.4.6.10.12.16.18.22.28.30.36.40.42.46}{2.3.5.7.11.13.17.19.23.29.31.37.41.43.47} \times \frac{52.58.60.66.70.72.78.82.88.96.100}{53.59.61.67.71.73.79.83.89.97}$$

sau mai putem scrie:

$$\frac{\varphi(101!)}{100!} = 1.\frac{2}{2}.\frac{4}{3}.\frac{6}{5}.\frac{10}{7}.\frac{12}{11}.\frac{16}{13}.\frac{18}{17}.\frac{22}{19}.\frac{28}{23}\,\frac{30}{29}.\frac{36}{31}.\frac{40}{37}.\frac{42}{41}.\frac{46}{43}.\frac{52}{47}.\frac{58}{53}.\frac{60}{59}.\frac{66}{61}\,\frac{70}{67}.\frac{72}{71}.\frac{78}{73}.\frac{82}{79}.\frac{88}{83}.\frac{96}{83}.\frac{100}{97}.$$

Dar fiecare fracţie este supra-unitară, prin urmare avem:

$$\frac{\varphi(101!)}{100!} > 1.$$

C. c. e. d. d. I. L.

Până la 10 Ianuarie s'au primit soluţiuni bune pentru exerciţiile publicate în numerele 1, 2, 3 şi 4 dela[1]):

Şcoala Centrală de fete, „Marica Brâncoveanu" Bucureşti.

Clasa III-a: Cicu R. Doina, (III: 57), Duţă Silvia (III: 60), Nicolau Paula (III: 60), Popescu Niculina (III: 60), Posdărescu Ligia (III: 60), Teodorescu Viorica (III: 60). — *Clasa V-a:* Laureanu Hedviga (V: 423, 5, 7, 8). — *Clasa VI-a:* Atanasiu A. Melania (VI: 427, 8, 9, 34*, 7), Brumă Cornelia (VI: 426, 8), Dinu D. Elena (VI: 437), Gafta P. Margareta (VI: 437), Gaster E. Ana (VI: 434*, 7), Lăduncă Gabriela (VI: 437). — *Clasa VII-a:* Mironescu Olga (VII: 380, 1), Miu Gherghina (VII: 380, 1). — *Clasa VIII-a:* Panaite Şt. Ecaterina (VIII: 261*, 8).

---

1) Semnul * însoţeşte numărul unui exerciţiu rezolvat foarte bine.

Liceul „Carmen-Sylva“ Bucureşti.

Clasa III-a : Damian C. Lucia (III : 58), Negură A. Sanda (IV : 373, 4, 5*). *Clasa IV-a :* Popescu Adina (IV : 374). — *Clasa V-a :* Vasiliu C. Margareta (V : 400). — *Clasa VII-a :* Buzescu P. Georgeta (VII : 368*, 70, 6*, 7), Constantinescu D. Paula (VII : 369*, 91*), Ene Eugenia (VII : 331, 6*, 46, VIII : 264, 7).

Liceul Ortodox „Zoe Râmniceanu“ Bucureşti.

Clasa VII-a : Mihail L. Ivonne (VII : 364, 7), Popa Lianda (VII : 364). *Clasa VIII-a :* Gheorghiade Virginia (VIII : 264*, 8, 72, 3).

Liceul „Domniţa Ileana“ Bucureşti.

Clasa V-a : Bogdan Geta (V : 429).

Liceul „Iulia Hajdău“ Bucureşti.

Clasa IV-a : Georgescu G. Maria (V : 373, 4*, 5, 83). — *Clasa V-a :* Agapie Gh. Elena (V : 446, 67), Iorga I. Aneta (V : 460, 1, 5, 7*).

Liceul „Aurel Vlaicu“ (de fete) Bucureşti.

Clasa V-a : Dan Georgeta (V : 425, 7).

Institutul „Notre Dame de Sion“ Bucureşti.

Clasa IV-a : Signé H. Apter (VI : 374).

Institutul „Pompilian“ Bucureşti.

Clasa VI-a : Niculescu T. Violeta (VI : 414, 24, 8, 9, 32*), Teodorescu Nona (VI : 421).

Liceul de fete din Bacău.

Clasa VII-a : Papadopol D. Elena (VII : 358, 71, 7*, 90).

Liceul de fete din Câmpina.

Clasa IV-a : Ţiţei I. Elena (IV : 393, 4, 5*, 7*). — *Clasa V-a :* Dâmboviceanu P. Maria (V : 445, 6).

Liceul „Regina Maria“ Cluj.

Clasa V-a : Nimberger Martha (V : 450).

Liceul „Oltea Doamna“ Iaşi.

Clasa III-a : Bogza I. Despina (III : 46). — *Clasa V-a :* Rotaru T. Iuliana (V : 425, 42). — *Clasa VII-a :* Grümberg Suzi (VII : 367).

Liceul „Notre Dame de Sion“ Iaşi.

Clasa IV-a : Pârpăriţă I. Maria (IV : 374, 5). — *Clasa VI-a :* Grobholschi G. Consuela (VI : 413, 24*, 34), Grünspan Beca (VI : 428, 9, 32), Horovitz A. Beatrice (VI : 424, 32, 50), Kohn Melani (VI : 424, 8, 9, 32).

Liceul de fete din Râmnicul Vâlcea.

Clasa VI-a: Jurgan Gh. Sofia (VI: 414, 29).

Liceul de fete „Carabela" Târgoviște.

Clasa V-a: Leuca Elena (V: 425*, VI: 414, 18, 9, 21, 32, VIII: 261, 8).

Liceul „Tache și Elena Anastasiu" Tecuci.

Clasa II-a: Sachelarie Ivonne (II: 46, 60).

Liceul „Carmen-Sylva" Timișoara.

Clasa III-a: Gheban C. Eugenia (III: 58*), Teodorescu C. Maria (III: 46, 58*, 62, 3, 5). — *Clasa IV-a:* Golea S. Anica (IV: 383). — *Clasa VII-a:* Adler L. Edith (VII: 380, 1), Checian N. Ana (VII: 377*, 80, 1, T. c.: 179), Domonkos O. Erika (VII: 377*, 80, 1, T. c.: 180).

Liceul „Spiru Haret" București.

Clasa IV-a: Lipcovici N. I. (IV: 373), Mișu S. N. (IV: 362), Paulian N. F. (IV: 369), Teodorescu T. A. (IV: 374, 5*, 6), Simion A. (IV: 362). *Clasa V-a:* Löbel M. (V: 431), Popescu Necșești D. A. (V: 425, 31, 45, 6, 50, 9, 67). — *Clasa VII-a:* Grigoriu A. D. (VII: 381*), Guralivu S. E. (VII: 356, 8, 75*, 6), Șeibulescu C. (VII: 362). — *Clasa VIII-a:* Actarian V. C. (VIII: 385, 9), Caveschi A. A. (VIII: 385, 9), Dinu A. M. (VIII: 268), Dragomirescu T. I. (VIII: 261*, 3, 4, 70, 1, 2, 3, 4*, 5), Edeleanu I. A. (VIII: 261*, 4, 377), Manole A. D. (VIII: 263, 82, 90, 377, 85), Niculescu S. D. (VIII: 274), Pârșan (VIII: 261, 3, 75, 377, 85, 9), Stern H. S. VIII: 261, 377).

Liceul „Gh Lazăr" București.

Clasa V-a: Machedon A. D. (V: 465). — *Clasa VI-a:* Andonie C. G. (VI: 435, T. c.: 187), Moscovici I. N. (VI: 428, 9, T. c: 168), Obreja S. (VI: 424, 8), Petrescu I. (VI: 437*, 50, 3, VIII: 272, T. c.: 174, 93). *Clasa VII-a:* Arești eanu H. (T. c.: 171), Vasilescu-Ștabu A. M. (VII: 368*, 71, 2, 3, 6*, 7*, 9, T. c.: 170, 1, 2, 3, 4, 81*, 7, 9, 90*, 1, 3).

Liceul „Mihai Viteazu" București.

Clasa IV-a: Voinea Gh. M. (IV: 374, 5, 6, 7). — *Clasa VI-a:* Marcus B. VI: 437*: 40, T. c.: 180, 1, 6*, 8, 9, 90, 2). *Clasa VII-a:* Milea N. N. (VII: 358), Nicolescu T. (VII: 361), Ștefănescu C. L. (VII: 358).

Liceul „Matei Basarab" București.

Clasa III-a: Bădescu D. R: (III: 46, 57). — *Clasa IV-a:* Alexandrescu C. C. (IV: 375), Buescu R. (IV: 383, 93, 5), Cohn I. I. (IV: 374, 5), Elias C. (IV: 374, 6), Klauf I. J. (V: 425, 53), Rubinstein S. H. (IV: 375, 6), Schaffer A. (IV: 377), Șaichin O. I. (V: 453). — *Clasa VI-a:* Theodoroff A. I. (VI: 424, 8, 9).

Colegiul Național „Sf. Sava" București.

Clasa IV: Marinescu S. D. (IV: 362, 73, 4, 5, 6, 7, 81). — *Clasa V-a:* Botez V. R. (V: 465). — *Clasa VI-a:* Ciurescu I. F. (VI: 413, 4, 32, 7), Ionescu N. E. (VI: 413, 28), Popescu T. C. (VI: 428, 9). — *Clasa VII-a:* Gârneţiu L. (VII: 358), Pavelescu V. D. (VII: 372, 7, 9). — *Clasa VIII-a:* Bădulescu P. N. (T. c.: 163).

Liceul „G. Şincai" București.

Clasa IV-a: Constantinescu E. (IV: 362, V: 425). — *Clasa V-a:* Nissim M. A. (V: 425, 31). — *Clasa VIII-a:* Cetăţeanu St. (VIII: 261*, 3*, 4, 8, T. c.: 162*, 5).

Liceul „Titu Maiorescu" București.

Clasa VI-a: Niculescu C. M. (VI: 413, 20, 4, 8, 9, 32*, 5, 7*, 53, VII: 358, 67, 70, 9, T. c.: 162). — *Clasa VII-a:* Profeta S. A. (VII: 380, 1, 2).

Liceul „Schewitz Thierrin" București.

Clasa V-a: Niculescu P. (V: 450). — *Clasa VI-a:* Ghigheanu I. I. (VI: 429, 32, 7), Mărgărit I. N. (VI: 413*, 28, 9, 35, 7). — *Clasa VII-a:* Niculescu P. F. (VII: 380).

Liceul „Mihail Eminescu" București.

Clasa V-a: Nadolu G. (V: 425, 8). — *Clasa VII-a:* Costescu Gh. I. (T. c.: 174), Leibovici S. (VII: 365, 70, 1, 9, 80, 1), Marinescu C. I. (VII: 358).

Liceul „Aurel Vlaicu" București.

Clasa V-a: Mănescu Gh. I. (V: 466). — *Clasa VIII-a:* Georgescu C. (VIII: 275).

Liceul „Sf. Andrei" București.

Clasa V-a: Ganea M. M. (V: 425, 7, 31, 45). — *Clasa VI-a:* Schenk Eugen (VI: 419, 28).

Liceul „Sf. Iosif" București.

Clasa VI-a: Vasilescu P. I. (VI: 424, 8, 9).

Liceul „Profesorii Asociaţi" București.

Clasa VI-a: Marcussohn I. O. (VI: 413, 57).

Liceul „Moise Nicoară" Arad.

Clasa III-a: Grecu D. (III: 53*, 6), Mălăieş I. (III: 46*), Omescu I. (III: 53). — *Clasa IV-a:* Fleissig L. (IV: 373, 4, 6, 84, 93, 5, 7, 101, V: 450, 67), Grozescu T. T. (IV: 393, 6*, 7), Nistor I. I. (IV: 382, 93*, 4, 6, 7, 401*, V: 448*, 51), Popa T. T. (IV: 374*, 5*, 82, 4, 93*, 4*, 5*, 6*, 7*, V: 448*), Popoviciu F. T. (IV: 363, 74, 5*, 93, 5*, 6, 7*, V: 437), Ştefănescu I. (IV: 383). — *Clasa V-a:* Schauer I. A. (V: 425, 48, 50, 5). — *Clasa VI-a:* David E.

(VI: 433, 53), Gligor N. I. (VI: 416, 8, 20, 31, 4*, 40, 1, 50*, 1*, 3*, VIII 275, T. c.: 162), Luca I. I. (VI: 440, 50*, 3*, T. c.: 175*, 6*), Pop I. V. (VI: 429, 32), Simon P. (VI: 419, 24, 8), Weissberger I. G. (VI: 427, 9, 40, T. c.: 180). — *Clasa VIII-a:* Arcan I. I. (VIII: 261, 3, 4. 8), Mureşan I. O. (VIII: 267, 71*, 2, 3*, 4, 7, 8*, 90*), Musca M. M. (VIII: 275), Priboc G. G. (VIII: 272, 3, 5*).

Liceul Romano-Catolic Arad.

Clasa V-a: Schronk E. (V: 445, 6). — *Clasa VII-a:* Saltz L. (VII: 367, 72, 7).

Liceul „Regele Ferdinand I" Bacău.

Clasa IV-a: Mareş V. C. (IV: 384). — *Clasa VI-a:* Leru A. D. (VI: 428, 9).

Liceul „Codreanu" Bârlad.

Clasa IV-a: Spanache S. P. (IV: 375, 6, 7).—*Clasa VI-a:* Segal H. A. (VI: 440).—*Clasa VIII-a:* Demetrescu I. D. (VIII: 261*, 4, 70, 4).

Liceul „Samuil Vulcan" Beiuş.

Clasa III-a: Donea G. G. (III: 57, 84, IV: 375), Vasilescu A. (IV: 384). — *Clasa VIII-a:* Nagy F. C. (VIII: 261, 3), Todoran G. G. (VIII: 261, 3, 4, 72).

Liceul „Sfântul Vasile" Blaj.

Clasa VIII-a: Herman I. C. (VIII: 261, 4).

Liceul „Treboniu Laurian" Botoşani.

Clasa VIII-a: Mazilu C. D. (VIII: 261, 3, 4, 8), Weidenfeld I. I. (VIII: 377, 87, 8).

Liceul „Avram Iancu" Brad.

Clasa V-a: Nicoară A. L. (V: 448*, 9).

Liceul „N. Bălcescu" Brăila.

Clasa V-a: Crăciunescu M. (V: 445), Doru G. I. (V: 445, 6), Stănescu V. A. (V: 431, 50).— *Clasa VI-a:* Bălănescu F. V. (VI: 427, 8, 9).— *Clasa VII-a:* Trefilov I. M. (VII: 377, 80, 1, 90, T. c.: 172).

Liceul „Andrei Şaguna" Braşov.

Clasa IV-a: Gabor I. (IV: 373, 4, 5, 7), Neguţ V. I. (IV: 362, 3), Szabo V. I. (IV: 375, T. c.: 180). — *Clasa V-a:* Netcu S. A. (V: 423, 58), Rogozea I. I. (V: 428).— *Clasa VII-a:* Drăghiciu C. C. (VII: 377*. — *Clasa VIII-a:* Prişcu I. R. (VIII: 280*), Scrob L. L. (VIII: 261, 3, 8).

Liceul „Dr. I. Meşotă" Braşov.

Clasa III-a: Dumitraşcu N. O. (III: 59).—*Clasa VII-a:* Băncilă I. A. (VII: 369, T. c.: 166), Mincă N. D. (VII: 370), Rosenzweig S. M. (VII: 369).

Liceul „B. P. Hajdeu“ Buzău.

Clasa VI-a: Iorgulescu N. F. (VI: 414*, 6*, VII: 358), Nicolau C. (T. c.: 172).

Liceul „Ştirbei Vodă“ Călăraşi.

Clasa IV-a: Rădulescu V. N. (IV: 362, 3, 73, 4, 5, 6, 7, 83, V: 446). *Clasa VI-a:* Rădulescu V. M. (VI: 424, 32). — *Clasa VII-a:* Ulescu N. P. (VII: 379).

Liceul „D. B. Ştirbei“ Câmpina.

Clasa III-a: Belloiu N. N. (III: 46*, 7). — *Clasa V-a:* Beloiu C. (V: 425). — *Clasa VII-a:* Socolescu G. M. (T. c.: 162, 8, 9).

Particulari, Câmpina.

Clasa IV-a: Ruemmele A. M. (IV: 374, 83, 4).

Liceul „Ioniţă Asan“ Caracal.

Clasa V-a: Musceleanu S. V. (V: 436*, 7, 45, 8, 9, 51), Musceleanu S. D. (V: 459, 60, 1), Teodorian P. A. (V: 450, 3).

Liceul „Aron Pumnul“ Cernăuţi.

Clasa III-a: Timotin A. A. (III: 46*, 54*, 7*, 8*).

Liceul „Mitropolitul Silvestru“ Cernăuţi.

Clasa IV-a: Pleşu I. L. (IV: 383), Polexe I. T. (IV: 383), Volski L. A. (IV: 370, 5, V: 425).—*Clasa VII-a:* Petrescu M. (VII: 376), Şliam A. A. (VII: 367, T. c.: 174, 93). — *Clasa VIII-a:* Bălan G. D. (VIII: 261*, 7, T. c.: 162).

Liceul militar „Ştefan cel Mare“ Cernăuţi.

Clasa III-a: Cimbru V. M. (III: 54). — *Clasa V-a:* Adam I. N. (V: 448, 50, VI: 424), Caulea I. (V: 424, 48), Chiricescu S. P. (V: 448*), Diaconescu V. C. (V: 427, 43, 4*, 50, 3), Mircea Gh. (V: 427, 31, 41, 8, 50, VI: 414, 24), Topârceanu I. G. (V: 413, 8*, 50, VI: 424. — *Clasa VII-a:* Gviazdomorski E. R. (VII: 377*, 80, 1), Ionescu D. S. (VII: 377*), Petrescu M. (VII: 371, 7, 80), — *Clasa VIII-a:* Măţieş E. M. (VIII: 267), Moţoc L. R. (VIII: 272).

Liceul „B. P. Haşdeu“ Chişinău“.

Clasa VIII-a: Eudoşenco A. (VIII: 272).

Liceul militar „Regele Ferdinand I“ Chişinău.

Clasa IV-a; Voicu Gh. (IV: 374, 6, 95. — *Clasa V-a:* Cristea I. C. (V: 448*, 50, 1*, 3, 4, 5, 66), Haria V. (V: 448, 50, 66), Pacioglu C. (V: 445, 6, 50). — *Clasa VI-a:* Vesa R. V. (VI: 413, 27, VII: 358). — *Clasa VIII-a:* Burghele C. (VIII: 272, 3).

Liceul „Gh. Barițiu" Cluj.

Clasa IV-a: Balu G. C. (IV: 363, 76, 83), Grigorescu N. A. (IV: 374, 5, 6), Voinea D. (IV: 375, 6). — *Clasa V-a:* Botta A. A. (V: 467, 96). *Clasa VI-a:* Oancea I. I. (VI: 435) — *Clasa VII-a:* Bolohan I. I. (VII: 367, 80, 1), Schlezak Fr. Tr. (VII: 377).

Liceul „Mircea cel Bătrân" Constanța.

Clasa V-a: Sotiriu G. T. (V: 423*, 5, 7, 8, 9, 30, 50). — *Clasa VIII-a:* Constantinescu I. V. (VIII · 270).

Colegiul Național „Carol I" Craiova.

Clasa III-a: Iliescu T. S. (III: 58). — *Clasa V-a:* Ionescu N. F. (V: 449). — *Clasa VII-a:* Sandu G. I. (VII: 364).

Liceul „Frații Buzești" Craiova.

Clasa III-a: Marian M. D. (III: 50*, 7*, 8*). — *Clasa V-a:* Ionescu S. T. (V: 432). — *Clasa VII-a:* Marian M. I. (VII: 363, 7, 70, 1).

Liceul „Modern" Craiova.

Clasa V-a: Mischie N. D. (V: 445, 6).

Liceul militar „D. A. Sturdza" Craiova.

Clasa III-a: Cioroianu M. C. (III: 46, 7, 53, 4), Cosma C. T. (III: 53, 4). *Clasa IV-a:* Anchescu C. M. (T. c. 163), Băldescu M. V. (T. c.: 163), Butu P. G. (T. c.: 163), Cosoreanu I. C. (T. c.: 172), Dascălu St. (T. c.: 163), Diaconu D. A. (T. c.: 163), Dogaru G. D. (T. c.: 163), Drăgan St. (T. c.: 163), Duduța D. T. (T. c.: 163), Engulescu A. (IV: 374, T. c.: 163), Enescu G. C. (T. c.: 163), Fărtățescu I. C. (T. c: 163), Florescu M. N. (T. c.: 163), Georgescu F. F. (T. c.: 163), Ghinea N. M. (T. c.: 163), Hurezeanu N. M. (T. c.: 163), Iancia V. (T. c.: 163), Ionașcu P. F. (T. c.: 163), Ismană G. M. (T. c.: 163), Jurcu S. S. (T. c.: 163), Mareș A. E. (T. c.: 163), Marin M. Z. (T. c.: 163), Marinescu D. I. (T. c.: 163), Marinescu P. M. (T. c.: 163), Mirescu M. T. (T. c.: 163), Păsărică C. V. (T. c.: 163), Polizu A. A. (T. c.: 163), Popescu G. G. (T. c.: 163), Popescu I. M. (T. c.: 163), Preda G. V. (T. c.: 163), Pretorian M. (T. c.: 163), Procopie C. (IV: T. c.: 163), Rujea A. A. (T. c.: 163), Sbenghe V. M. (T. c.: 163), Sichitiu T. I. (T. c.: 163), Ștefănescu C. M. (T. c.: 163), Teodorescu G. V. (T. c.: 163), Vilaia I. G. (T. c.: 163), Vlășceanu I. C. (T. c.: 163). — *Clasa V-a:* Arnăutu I. (V: 425), Băcanu C. (V: 428), Georgescu F. F. (V: 423*, 5, 7, T. c.: 172), Mateescu A. (V: 415, 40, 8, 50, 3, T. c.: 162), Savin I. R. (V: 428), Tomescu D. P. (V: 423, 50, T, c.: 172), Zaharia G. S. (V: 428). — *Clasa VI-a:* Ilie I. N. (T. c.: 163). — *Clasa VII-a:* Badea M. I. (VII: 364), Bădescu C. (T c.: 163), Constantinescu C. G. (T. c.: 163), Constantinescu F. (T. c.: 163), Dincă A. S. (T. c.: 163), Iliaș M B. (T. c.: 163), Prunescu C. I. (VII: 358, 9, T. c.: 163), Răducanu C. M. (T. c. 163), Savin I. I. (T. c.: 163), Stănciucu S. G. (T. c.: 163), Țenovici I. E. (T. c.: 163), Țurlescu A. (T. c.: 163). *Clasa VIII-a:* Balaban C. M. (T. c.: 163), Bărbuț I. N. (T. c.: 163), Munteanu T. (VIII: 268), Ștefănescu N. (VIII: 268).

Liceul „Unirea" Focșani.

Clasa V-a: Tatomir E. (V: 446, 63, 5). — *Clasa VIII-a:* Turtoiu F. (VIII: 272).

Liceul „V. Alexandri" Galați.

Clasa VIII-a: Dudea G. I. (VIII: 271, 80, 2, 90*).

Liceul „Ion Maiorescu" Giurgiu.

Clasa VI-a: Petrescu R. G. (VI: 437, 41*, 53). — *Clasa VII-a:* Cheițman S. M. (VII: 359, 79, T. c.: 175, 6, 81, 7, 90), Doscan G. A. (VII: 377, 9), Văduva M. (VII: 379, T. c.: 176, 87*, 90*).

Liceul „Internat" Iași.

Clasa V-a: Ilarion A. F. (V: 459), Manolache C. M. (V: 445), Tache Gh. D. (V: 448). — *Clasa VI-a:* Barbaiani A. I. (VI: 413, 9, 20, 1, 2, 3, T. c.: 162*, 6, 8). — *Clasa VII-a:* Foni F. I. (VII: 380).

Liceul „Național" Iași.

Clasa IV-a: Burghele P. S. (V: 370), Criticos A. (IV: 393, 5*, 6), Davidovici I. (IV: 374), Groholschi G. S. (IV: 382, 4), Iancu C. (IV: 374, 5, 6, 7), Ionescu H. (IV: 379), Marian S. A. (IV: 383), Marinescu P. N. IV: 395, 401*), Moraru C. (IV: 396), Nacht O. H. (IV: 376, 84, 94), Zaman I. L. (IV: 373, 4, 5). — *Clasa VII-a:* Blimes B. H. (T. c.: 163), Cănilă G. D. (T. c., 163), Cars M. C. (VII: 372, 7, T. c.: 163, 72), Dodon D. I. (VII: 367, 70, 2, T. c.: 163), Nacu F. M. (T. c.: 163), Nagler E. Ț. (T. c.: 163), Pșaid I. I. (VII: 372, T. c.: 163), Rollea C. V. (VII: 359, 62, 9, 70, 1, 2, 3, 80, 1, T. c.: 163, 6, 8, 9), Rosenrauch F. (T. c.: 191), Rosenzweig (T. c.: 163), Sraibman S. S. (T. c.: 163), Wachtel T. (T. c.: 190, 1).

Seminarul Pedagogic Universitar Iași.

Clasa VII-a: Gheorghian L. L. (VII: 358), Ivanov A. O. (T. c. 1 Popescu C. (VII: 366*, 7, T. c.: 163).

Liceul militar „General Makarovici" Iași.

Clasa V-a: Costică D. P. (V: 448), Drăghicescu P. (V: 448, 53), Popa N. A. (V: 448, 53). — *Clasa VI-a:* Atanasiu C. V. (VI: 441, T. c.: 163), Bârzu G. V. (VI: 434*, 41, 5, VIII: 264, T. c.: 162, 171, 4), Gheorghiu Al. (T. c.: 163), Lăbușcă I. I. (VI: 413, 4), Păliman A. N. (VI: 441). — *Clasa VII-a:* Jiletcovici G. A. (VII: 377, 80, 1), Petre M. L. (VII: 377, 80, 1),

Liceul militar „N. Filipescu" Mânăstirea Dealu.

Clasa IV-a: Iordănescu D. P. (IV: 384), Petrescu I. St. (IV: 383), Stoianovici I. Ș. (IV: 384, 93, 5, V: 448, 50), Stroe G. (IV: 374), Vlădoianu R. (IV: 373, 7, V: 450). — *Clasa V-a:* Aldea V. (V: 425, 48*, 50), Antonescu M. (V: 425, 50, 3), Arendt R. E. (V: 423, 5, 32, 48*, 50, VI: 413, 35),

Dumitrescu C. (V: 450), Floreşteanu A. (V: 448*, 50), Ionescu Berechet A. (V: 425, 50, VI: 424, 53), Mircea I. G. (V: 380, 425, 45, 50, VI: 414, 28, 32, 5). — *Clasa VI-a:* Bârlea-Suhăţeanu G. V. (VI: 426), Boeru C. A. (VI: 424), Georgescu C. F. (T. c.: 163), Lăcătuş V. (VI: 428), Pleşa I. C. (VI: 424*, 8), Şerban C. C. (VI: 414, 6, 21, 35, T. c.: 162, 3). — *Clasa VII-a:* Staicu I. N. (VII: 359, 67, 70), Stoenescu D. M. (VII: 377*).

Liceul „I. C. Brătianu" Piteşti.

Clasa IV-a: Popescu G. M. (IV: 362, 3). — *Clasa VII-a:* Constantinescu D. Gh. (VII: 358).

Liceul „Sf. Petru şi Pavel" Ploeşti.

Clasa VII-a: Constantinescu N. V. (VII: 372), Sarafian A. (VII: 370, 2), State A. D. (VII: 376, 7), Turtoiu L. S. (VII: 367), Vasilescu N. G. (VII: 358, 67, 71).

Liceul agricol „Regele Carol II" Salonta.

Clasa V-a: Frenţiu I. P. (V: 440).

Liceul „Gh. Lazăr" Sibiu.

Clasa VI-a: Stănculescu G. E. (VI: 424, 8, 9).

Liceul „Tudor Vladimirescu" Târgu-Jiu.

Clasa V-a: Poenaru T. V. (V: 466).

Şcoala normală „Spiru Haret" Târgu-Jiu.

Clasa III-a: Cotocu N. I. (III: 46, IV: 374).

Liceul militar „Mihai Viteazul" Târgu-Mureş.

Clasa IV-a: Boulescu V. (IV: 383), Cipinoc T. C. (IV: 373, 7), Pântea T. (IV: 374, 86), Vonica I. I. (IV: 383). — *Clasa V-a:* Coman L. (V: 448, 53), Rădulescu I. I. (V: 427), Zaharia V. G. (V: 448, 53). — *Clasa VI-a:* Sava V. D. (VI: 427), Văleanu C. S. (VI: 428, 9, 41). — *Clasa VII-a:* Pănoiu A. I. (VII: 368, T. c.: 171), Topalescu G. (IV: 358, T. c.: 171).

Liceul „D. A. Sturdza" Tecuci.

Clasa VII-a: Căpraru T. T. (T. c.: 162, 6, 7, 8, 9).

Liceul „C. Diaconovici Loga" Timişoara.

Clasa IV-a: Plapşa A. (IV: 384), Rădoiu N. N. (IV: 384), Schmidt A. E. (IV: 373, 4, 5, 82, 3). — *Clasa VI-a:* Bakongi C. (VI: 420, 2, 3, 30, 3*, VII: 371, T. c.: 172, 3), Mannheim G. A. (VI: 424, 6, 8, 9, 32).

Gimnaziul „Vicenţiu Babeş" Timişoara.

Clasa IV-a: Munteanu Ş. (IV: 377).

Liceul „Piarist" Timişoara.

Clasa V-a: Popescu G. (V: 466). — *Clasa VI-a:* Fenyves C. G. (VI: 424, 8, 9, 32, 54).

Liceul „Principele Carol" Tulcea.

Clasa VII-a: Gheorghiu E. O. (VII: 390).

Liceul „Regele Ferdinand" Turda.

Clasa VII-a: Paulini R. R. (VII: 358, T. c.: 162).

Liceul „Sf. Haralambie" Turnu-Măgurele.

Clasa V-a: Popescu A. P. (V: 425). — *Clasa VII-a:* Stoga D. M. (VII: 359, 62, 4, 70).

Liceul „Traian" Turnu-Severin.

Clasa IV-a: Dumitrescu G. T. (IV: 373, 83). — *Clasa V-a:* Boltan N. I. (V: 445, 50), Iorgulescu C. M. (V: 465). — *Clasa VI-a:* Bengulescu C. Al. (VI: 424, 32), Botez A. D. (VI: 428, 9), Cruceru G. C. (VI: 421, 9, 33*, 7*, 43, 4*, 9*), Glogojeanu I. M. (VI: 413, 4, 20, 1), Mihail I. G. (VI: 431, 2*, 3, 4), Posmantin S. N. (VI: 428, 9). — *Clasa VII-a:* Boiangiu D. D. (VII: 372). — *Clasa VIII-a:* Ördögh A. L. (VIII: 261, 73, 4, 81), Zaharia C. P. (VIII: 272, 3, 4).

EXERCIŢII PROPUSE

Soluţiile exerciţiilor propuse în acest număr se primesc până la 1 Maiu 1939

Clasa III-a. *Exerc. 67.* Se dă triunghiul dreptunghiu ABC cu ipotenuza $\overline{BC} = 10$ m şi cateta $\overline{AB} = 6$ m. Se coboară înălţimea $\overline{AD}$ şi se prelungeşte cu jumătate din lungimea ei până în punctul E. Să se calculeze perimetrul patrulaterului ABEC.

G. D. S.

III. 68. Să se arate că aria triunghiului echilateral este îndoitul ariei exagonului regulat convex înscris în cercul care este înscris triunghiului echilateral.

Se cere o demonstraţie grafică.

C. I. Ţ.

III. 69. Fie cercul O de rază R = 1. Să se construiască o coardă $\overline{AB}$ cât $\frac{2}{3}$ din latura triunghiului echilateral înscris în cercul O. Apoi să se construiască cercul I pe $\overline{AB}$ ca diametru. Dreapta AO taie a doua oară cercul I în M, iar cercul O în A'; dreapta $\overline{BM}$ taie cercul O a doua oară în B'. Să se arate, că:

1°. Segmentul $\overline{A'I}$ măsoară cât latura triunghiului echilateral înscris în cercul O;

2°. Apotema coardei $\overline{BB'}$ este cât o treime din rază;

3°. Proiecțiunea segmentului $\overline{B'I}$ pe dreapta BB' măsoară cât latura patratului înscris în cercul O.

Să se calculeze perimetrul triunghiului A'B'I, cu aproximație de 0,01.

O. N. Ț.

III. 70. Să se arate că raportul suprafețelor a două triunghiuri asemenea este egal cu raportul patratelor bisectoarelor unghiurilor egale.

V. Gh.

III. 71. Să se împartă numărul *729* în părți direct proporționale cu numerele *2, 3, 4.* Fiecare din numerele obținute să se împartă deasemenea în părți direct proporționale cu numerele *2, 3, 4.* Apoi să se repete operația și pentru fiecare din noile numere obținute.

C. I. B.

Clasa IV-a. *Exerc. 402.* Un agricultor cumpără două locuri de pământ: primul loc are forma de trapez dreptunghic, având baza mică egală cu înălțimea și unghiul ascuțit egal cu 45°; cellalt loc are forma tot de trapez dreptunghic, având baza mică egală cu înălțimea și baza mare cât dublul bazei mici. Prețul unui m^2 este acelaș pentru cele două locuri.

Știind că raportul înălțimilor celor două trapeze este $\frac{3}{4}$ și că agricultorul a plătit *75.000* lei pentru ambele locuri, se cere să se afle costul fiecărui loc.

Gh. D.

IV. 403. Să se rezolve ecuațiunea:

$$\frac{13579x - 27200}{x - 2} = \frac{40737x + 27250}{3x^2 + 2}$$

pe calea cea mai simplă. Să se verifice soluțiunea aflată.

O. N. Ț.

IV. 404. Sunt date în spațiu un plan (P) și un punct O exterior planului. Unim punctul O cu un punct M, variabil în planul (P), și pe dreapta OM luăm un punct N astfel ca $\frac{ON}{OM} = k$ [k fiind un număr întreg sau fracționar, sau rădăcina pătrată dintr'un astfel de număr].

Să se găsească:

1°. Locul punctului N, când punctul M descrie o dreaptă în planul (P);

2°. Locul punctului N, când punctul M descrie un cerc (C) în planul (P).

O. N. Ț.

IV. 405. Să se rezolve ecuația:

$$\frac{2}{x} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+2}.$$

C. I. B.

IV. 406. Să se rezolve ecuația:

$$\frac{2}{x-3} + \frac{3}{2x-6} + \frac{4}{3x-9} = \frac{5x-10}{4x-12}.$$

C. I. B.

IV. 407. Să se rezolve ecuația:

$$(x+2)^2 + 2(x^2-4) + (x-2)^2 = 16.$$

C. I. B.

IV. 408. Să se rezolve ecuația:

$$\left(\frac{2x-1}{x+2}\right)^2 + 4\left(\frac{2x-1}{x+2}\right) + 4 = 1.$$

C. I. B.

IV. 409. Să se rezolve ecuațiunea:

$$\frac{1}{x+123}+\frac{1}{x+3456}=\frac{1}{x+1234}+\frac{1}{x+2345}$$

și să se verifice soluțiunea aflată.

O. N. Ț.

IV. 410. Să se rezolve ecuația:

$$\frac{2}{x-2468}=\frac{1}{x-1357}+\frac{1}{x-3579}$$

și să se verifice soluția aflată.

O. N. Ț.

IV. 411. Să se rezolve ecuațiunea:

$$\frac{1}{x-2.000.000}+\frac{1}{x-5.000.000}=\frac{1}{x-3.000.000}=\frac{1}{x-4.000.000}$$

și să se verifice soluția aflată.

O. N. Ț,

Clasa V-a. *Exerc. 471.* Fie cercul O de rază R; o coardă $\overline{AB}$ egală cu latura triunghiului echilateral înscris în cercul O, cercul I descris pe $\overline{AB}$ ca diametru. Dreapta AO taie a doua oară cercul I în M, iar cercul O în A'; dreapta BM taie cercul O a doua oară în B'; dreapta OI care taie pe A'B' în P.

Să se arate că:

1°. Segmentul $\overline{A'I}$ este egal cu latura triunghiului echilateral înscris în cercul O.

2°. Apotema coardei $\overline{BB'}$ este egală cu o treime a razei cercului O.

3°. Proiecțiunea segmentului $\overline{BI}$ pe BB' este egală cu latura patratului înscris în cercul O.

4°. Cercul OPB' este tangent diametrului AA'.

O. N. Ț.

V. 472. Fie, în triunghiul dreptunghiu BAC ($A = 90^0$), H, I, A' respectiv picioarele înălțimii, bisectoarei și medianei duse din vârful A. Să se arate că totdeauna punctul I se găsește între H și A', cu excepția triunghiului isoscel când coincide cu A'.

Fie ID şi IE bisectoarele unghiurilor AIB şi AIC (D şi E fiind respectiv pe $\overline{AB}$ şi $\overline{AC}$); M punctul unde cercul DAE taie a doua oară ipotenuza BC. Să se demonstreze că, dacă $\overline{AB} < \overline{AC}$, avem totdeauna $\overline{BM} < \overline{MC}$.

O. N. Ţ.

V. 473. Fie două cercuri, exterioare unul altuia, O_1 şi O_2; tangenta comună exterioară A_1A_2 şi tangentele comune interiaore BB_2 şi CC_2. Să se arate că A_1B_1 şi A_1C_1 sunt respectiv perpendiculare pe A_2B_2 şi A_2C_2.

C. I. Ţ.

V. 474. Să se rezolve ecuaţiunea:

$$(1 + ax)(1 + bx)(a + b) + abx = 0$$

şi să se verifice relaţiunile între coeficienţi şi rădăcini.

Aplicaţiune:

$$a = b.$$

C. I. Ţ.

V. 475. Se dă ecuaţia:

$$x^2 + px + q = 0,$$

cu rădăcinile x_1, x_2. Să se formeze ecuaţiunea cu rădăcinile

$$X_1 = x_1^2 + \lambda x_2 \quad , \quad X_2 = x_2^2 + \lambda x_1 .$$

N. M.

V. 476. In triunghiul ABC fie A′ proiecţia lui A pe BC şi B′, C′ proiecţiile vârfurilor B, C pe paralela din A la BC, BC′ şi B′C se întâlnesc în α; Aα taie pe BC în A″ simetricul lui A′ faţă de mijlocul laturei BC.

N. M.

V. 477. In triunghiul ABC, fie α diametrul opus vârfului A în cercul circumscris. Bisectoarele unghiurilor ABC, AαB se întâlnesc în β şi bisectoarele unghiurilor ACB, AαC în γ. Unghiurile B$\beta\alpha$ şi C$\gamma\alpha$ sunt suplimentare.

N. M.

V. 478. Intr'un cerc se duce diametrul $\overline{AB}$ şi coarda $\overline{CD}$ perpendiculară pe acest diametru. Fie E mijlocul arcului BC; EX tangenta în acest punct la cerc; DY tangenta în D la cerc şi I punctul comun dreptelor AB şi DE.

1°. Să se arate că:

$$\sphericalangle AEX = \sphericalangle EIB = \sphericalangle \frac{BDY}{2}$$

($\sphericalangle BDY$ este cel obtuz).

2°. Să se arate că unghiul format de cele două tangente în D şi E este egal cu diferenţa unghiurilor CDY şi CDB.

G. D. S.

V. 479. Se dă patratul ABCD. Din A şi B ca centre cu $\overline{AB}$ ca rază se descriu două cercuri care se taie în M şi N, M fiind în interiorul patratului. Să se demonstreze că triunghiul CMD este asemenea cu CBN, iar CND este asemenea cu CBM şi să se găsească rapoartele de asemănare.

GH. B.

V. 480. Să se rezolve ecuaţia:

$$(x+a)+(x+2a)^2+(x+3a)^3=(x-a)+(x-2a)^2+(x-3a)^3.$$

C. I. B.

V. 481. Se dau ecuaţiile:

$$ax^2+bx+c=0 \quad ; \quad a'x^2+b'x+c' \quad 0$$

ale căror rădăcini sunt x_1, x_2 şi x_1', x_2'. Să se găsească relaţia ce trebue să existe între coeficienţi pentru a avea

$$\frac{x_1-x_1'}{x_1-x_2'}+\frac{x_2-x_1'}{x_2-x_2'}=0.$$

C. I. B.

V. 482. Se consideră ecuaţia:

$$x^2-2(m+1)x=m+2.$$

Să se găsească valoarea lui m, pentru care ecuaţia admite rădăcina $x=am$.

C. I. B.

Clasa VI-a. *Exerc. 460.* Sunt date în spaţiu planele P şi Q trecând prin aceeaşi dreaptă AB şi o perpendiculară OI pe AB, în punctul I, exterioară planelor P şi Q. Perpendiculara OC pe planul P înţeapă planul Q în D; iar perpendiculara OE pe planul Q înţeapă planul P în F. Să se arate, că:

1°. Dreapta IC trece prin punctul F;

2°. Dreapta IE trece prin punctul D;

3°. Dreapta DF este perpendiculară pe OI într'un punct G;

4°. Dacă $\overline{OC} = \overline{FG}$, punctul F este simetricul punctului O în raport cu planul Q.

O. N. Ţ.

VI. 461. Fiind dat un triedru tridreptunghiu $Oxyz$ şi un plan P care taie muchiile Ox, Oy, Oz ale triedrului respectiv în A, B, C, proiectăm vârful O pe dreptele AB, BC, CA respectiv în D, E, F. Să se arate, că:

1°. Planele AOE, BOF, COD trec prin aceeaşi dreaptă;

2°. Perpendicularele duse în planul ABC pe dreptele AB, BC, CA respectiv în D, E, F sunt concurente într'un punct I;

3°. Punctul I este proiecţiunea punctului O pe planul ABC. (Pentru 1° se poate folosi teorema lui CEVA).

O. N. Ţ.

VI. 462. Fiind dat un cerc O de rază r şi un punct A astfel că distanţa $\overline{AO}$ este egală cu latura patratului înscris în cercul O; ducem secanta ABC care este văzută din centrul O subt un unghiu de 135° şi $\overline{OI}$ apotema coardei $\overline{BC}$.

1. Să se arate că $\overline{OI}$ este egală cu sfertul coardei $\overline{BC}$.

2. Să se calculeze lungimea coardei $\overline{BC}$ şi a secantei $\overline{AC}$ în cazul când $r = 165$ cm.

O. N. Ţ.

VI. 463. Fie un triunghiu BAC $(\overline{AC} < \overline{AB})$ şi D şi E picioarele bisectoarelor BD şi BE ale unghiului BAC. Punând $\overline{AC} = b$, $\overline{AB} = c$, să se arate că dacă avem: $(c + b)(c - b) = bc$, segmentul $\overline{DE}$ este dublul laturei $\overline{BC}$. Presupunând, în plus, că bisectoarea interioară $\overline{AD}$ este egală cu latura $\overline{BC}$, avem că:

$$\sin(A + 60^0) = \frac{b + c}{2c}\sqrt{3}.$$

O. N. Ţ.

VI. 464. Să se determine k aşa în cât rădăcinile ecuaţiei

$$\operatorname{tg}^2 x - 4\operatorname{tg} x + k^2 = 0$$

să fie una inversă celeilalte. Să se rezolve ecuaţia în acel caz.

GH. B.

VI. 465. Pe laturile triunghiului ABC se aleg punctele D, E, F astfel în cât:

$$\overline{AD} = \frac{\overline{AB}}{n} \quad , \quad \overline{BE} = \frac{\overline{BC}}{n} \quad , \quad \overline{CF} = \frac{\overline{CA}}{n} .$$

Să se arate, că:

$$\overline{DE}^2 + \overline{EF}^2 + \overline{FD}^2 = \frac{n^2 - 3n + 3}{n^2}(\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CA})^2.$$

G. D. S.

VI. 466. Ecuaţiunea:

$$(\sin^2\varphi - \sin^2 2\varphi)\, x^2 + 4\sin 2\varphi \,.\, x + (\cos^2\varphi - \sin^2 2\varphi) = 0$$

are totdeauna rădăcini reale, oricare ar fi φ.

N. M.

VI. 467. Să se verifice identitatea:

$$\sin 4x + \sin 6x + \sin 10x = 2[\sin 6x \cos^2 2x + \sin 4x \cos^2 3x].$$

N. M.

VI. 468. Se dă că un capital plasat cu dobândă compusă pe 8 ani devine aceeaşi sumă ca şi jumătatea acelui capital împrumutată cu acelaşi procent pe un timp dublu. Care este procentul?

V. GH.

VI. 469. Să se simplifice expresia:

$$E = \frac{1 + \sin a + \cos a}{1 + \operatorname{cotg} a + \operatorname{tg}(45^0 + a)} .$$

C. I. B.

VI. 470. Să se transforme în produs expresia:

$$F = a + a\cos\alpha + 2a\cos^3\frac{\alpha}{2} + 4a\cos^2\frac{\alpha}{2}\cos^3\frac{\alpha}{4} .$$

C. I. B.

VI. 471. In triunghiul ABC se dau ipotenuza a şi unghiul B. Perpendiculara ridicată în C pe BC întâlneşte bisectoarea unghiului B în D. Se cere perimetrul patrulaterului BCDA.

C. I. B.

Clasa VII-a. *Exerc. 396.* Să se construiască proiecţiile unui pătrat ABCD situat într'un plan ce trece prin linia de pământ, ale cărui laturi opuse $\overline{AB}$ şi $\overline{DC}$ sunt frontoorizontale, cunoscând proiecţiile centrului său O precum şi adevărata mărime l a diagonalei pătratului.

V. Gh.

VII. 397. Fiind dat un unghiu din spaţiu XAY prin proiecţiile sale $(x'a'y', xay)$, să se construiască proiecţiunile bisectoarei acestui unghiu.

V. Gh.

VII. 398. Intre derivatele parţiale ale funcţiunii:

$$Z = \operatorname{arctg} \frac{xy}{x+y} + \operatorname{arctg} \frac{xy}{x-y}$$

există relaţia

$$\frac{1}{x^2 z'_x + y^2 z'_y} + \frac{1}{x^2 z'_x - y^2 z'_y} = \frac{2}{xy}.$$

G. D. S.

VII. 399. Să se aplice derivata logaritmică egalităţilor:

$$8 \cos\left(\frac{\pi}{8}+x\right)\cos\left(\frac{\pi}{8}-x\right).\cos\left(\frac{3\pi}{8}+x\right).\cos\left(\frac{3\pi}{8}-x\right) = \cos 4x$$

$$2^7 . \sin\left(\frac{7\pi}{16}+x\right)\sin\left(\frac{7\pi}{16}-x\right).\sin\left(\frac{5\pi}{16}+x\right)\sin\left(\frac{5\pi}{16}-x\right)\sin\left(\frac{3\pi}{16}+x\right)$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{16}-x\right)\sin\left(\frac{\pi}{16}+x\right)\sin\left(\frac{\pi}{16}-x\right) = \cos 8x.$$

C. I. Ţ.

VII. 400. Să se calculeze derivata funcţiunii:

$$y = \arcsin(3x - 4x^3)$$

şi să se deducă că ea diferă de $z = 3\arcsin x$, printr'o constantă aditivă.

O. N. Ţ.

VII. 401. Să se calculeze derivata funcțiunii:

$$y = \arccos\left[32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1\right]$$

și să se deducă că ea diferă de $z = 6\arccos x$ printr'o constantă aditivă.

O. N. Ț.

VII. 402. Funcția:

$$\arcsin\sqrt{\frac{x^2}{1-x^2}} + \arcsin\sqrt{\frac{1-2x^2}{1-x^2}}$$

nu depinde de x.

N. M.

VII. 403. Funcția:

$$\arcsin(\operatorname{tg} x) - \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin x}{\sqrt{\cos 2x}}\right)$$

nu depinde de x.

N. M.

VII. 404. Să se calculeze derivata funcțiunii:

$$y = \begin{vmatrix} x^2+1 & x+2 & 3 \\ x^3+2 & x^2+3 & 4 \\ x^4+3 & x^3+2 & 5 \end{vmatrix}.$$

C. I. B.

VII. 405. Să se calculeze derivata funcțiunii:

$$y = \begin{vmatrix} \frac{1}{x} & \frac{1}{x+1} & \frac{1}{x+2} \\ \frac{1}{x+1} & \frac{1}{x+2} & \frac{1}{x+3} \\ \frac{1}{x+2} & \frac{1}{x+3} & \frac{1}{x+4} \end{vmatrix}.$$

C. I. B.

Clasa VIII-a. *Exerc. 293*[1]). Să se determine numărul de rădăcini reale pentru fiecare din ecuaţiile următoare:

a) $\cos x - 2\sin x - 3x = 0$

b) $x \cdot 3^x = x + 3$

c) $2^x - \cos x = 0.$

Să se calculeze aceste rădăcini cu două zecimale exacte pentru prima şi a doua ecuaţie.

G. D. S.

VIII. 294. Să se studieze natura rădăcinilor ecuaţiei:

$$5x^6 - 6x^5 - 180x^4 + 240x^3 - 375x^2 + 750x + \alpha = 0$$

când α ia valori dela $-\infty$ la $+\infty$.

G. D. S.

VIII. 295. Din fiecare punct M al elipsei $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$ se duce bisectoarea unghiului format de tangenta şi normala la elipsă în punctul M şi se ia pe bisectoare un punct P. Distanţa $\overline{MP} = c$ fiind constantă, se cere locul geometric al punctului P.

C. I. Ţ.

VIII. 296. Să se arate pentru care valori ale parametrului m, ecuaţiunea:

$$x^3 + mx(x+1) + 1 = 0$$

are toate rădăcinile pozitive.

C. I. Ţ.

VIII. 297. In planul axelor coordonate rectangulare xoy se duce o dreaptă (D) prin origine care face cu Ox, un unghiu de 30^0. Fie C un punct pe această dreaptă; se construeşte cercul cu centrul în C şi tangent la Ox; tangenta din origine la cerc, diferită de Ox, îl întâlneşte în A; CA taie pe Ox în B şi pe Oy în D. Tangentele din B şi C la cercul (C) au punctele de contact pe (D), iar celelalte două la capetele diametrului vertical.

N. M.

---

1) Exerciţiul VIII. 276 a apărut cu numărul VIII. 376, deasemenea exerciţiile apărute în numerele 3 şi 4 la clasa VIII-a au cifra sutelor 3. Se va înlocui peste tot cifra sutelor 3 prin 2.

VIII. 298. Să se arate că nu putem determina două grupe de numere (a, b, c) şi (a', b', c') distincte, astfel ca ecuaţiunea:

$$\frac{1}{x+a}+\frac{1}{x+b}+\frac{1}{x+c}=\frac{1}{x+a'}+\frac{1}{x+b'}+\frac{1}{x+c'}$$

să fie de gradul întâi.

O. N. Ţ.

VIII. 299. Se dau două puncte A, B. Un cerc ortogonal cercului de diametru AB taie dreapta AB în C şi D. Să se arate că avem:

$$\overline{CA} \cdot \overline{DB} + \overline{DA} \cdot \overline{CB} = 0.$$

C I. B.

VIII. 300[1]). Se dau axele dreptunghiulare *xoy* şi punctele A(4, 0) şi B(0, 3).

1°. Să se scrie ecuaţia dreptei AB şi a bisectoarelor unghiurilor OAB şi OBA.

2°. Să se scrie ecuaţia cercului înscris triunghiului OAB şi a cercului ce trece prin mijloacele laturilor triunghiului OAB.

3°. Să se demonstreze că aceste două cercuri sunt tangente şi să se calculeze coordonatele punctului de contact.

4°. Să se demonstreze că dreptele ce unesc vârfurile triunghiului OAB, cu punctele de contact ale laturilor opuse cu cercul înscris, sunt trei drepte concurente.

G. D. S.

Toate clasele. *Exerc. 194.* Să se arate că:

$$2^{2^6-5} < 6!! < 3^{3^6-5}.$$

I. L.

T. C. 195. Să se arate, că:

$$1839^{100} > 1938 \times 1828^{99}.$$

I. L.

---

1) Chestiune propusă la examenul de bacalaureat din Septemvrie 1938 la liceul „Sp. Haret".

T. C. 196. Dacă $\varphi(I)$ reprezintă indicatorul lui I, atunci avem:

$$\varphi(100!) = \mathcal{M}2^{100}.$$

I. L.

T. C. 197. Dacă a este un număr prim şi $\varphi_i(n)$ este indicatorul de ordinul i al lui n; avem:

$$[\varphi_\alpha(a^\alpha)]^2 \geqq \varphi_{2\alpha}(a^{2\alpha}).$$

I. L.

T. C. 198. Ştiind că $\varphi_i(n)$ este indicatorul de ordinul i al lui n, să se determine x astfel în cât să avem:

$$\varphi_x(11^\alpha) = 1.$$

I. L.

T. C. 199. Dacă $I_a(b)$ reprezintă numărul numerelor prime cu b din şirul natural al primelor a numere şi $\varphi(c)$ indicatorul lui c, atunci avem:

$$I_{2\times 1939}(1939) = 2 \cdot \varphi(1939).$$

I. L.

T. C. 200. Dacă $S_a(b)$ reprezintă suma numerelor prime cu b din şirul natural al primelor a numere, $\varphi(c)$ indicatorul şi $\sigma(c)$ suma numerelor prime cu c şi mai mici ca *el*, atunci avem:

$$S_{2\times 1939}(1939) = 2 \cdot \sigma(1939) = 1939 \cdot \varphi(1939).$$

I. L.

T. C. 201. Dacă $P_a(b)$ reprezintă produsul numerelor prime cu b din şirul natural al primelor a numere şi $\pi(c)$ reprezintă produsul numerelor prime cu c şi mai mici de cât *el*, atunci avem:

$$P_{2\times 1939}(1939) = [\pi(1939)]^2.$$

I. L.

ERATĂ. La exerc. III. 60. lipseşte factorul.

La problema VI: 436, ecuaţia de rezolvat este

$$2\cos x\,(4 - \sin x) = 8\,(\sec x - \operatorname{tg} x).$$

INSTRUCȚIUNI

a) Soluțiile exercițiilor se vor scrie cu cerneală, pe sferturi de coală și numai pe o parte a foii.

Dacă va fi nevoie de mai multe foi pentru soluționarea unui exercițiu, ele se vor coase sau lipi în partea stângă. Figurile, ce vor fi necesare pentru urmărirea exercițiului se vor construi îngrijit, cu cerneală sau tuș, pe foi aparte, având formatul arătat mai sus și se vor coase sau lipi odată cu soluția.

Nu se vor trimite soluțiile mai multor exerciții pe aceeași foaie.

b) Redactarea soluțiilor se va face astfel:

Sus, se va scrie numărul exercițiului, dedesubt enunțul astfel cum e publicat în revistă, cu inițialele propunătorului, apoi soluția clar compusă, iar la sfârșit, iscălitura rezolvitorului în ordinea următoare:

Nume de botez complet, inițiala părintelui, numele de familie, însoțite de clasa și școala pe care o urmează.

c) Nu se vor lua în considerare soluțiile iscălite de 2 sau mai mulți corespondenți, nici soluțiile exercițiilor propuse la clase inferioare aceleia în care corespondentul se află. Pentru redijarea soluțiilor a se vedea indicațiile din Nr. 1, Vol. IV.

d) Soluțiile se primesc timp de 3 luni dela propunerea exercițiului, numai dela abonații „Suplimentului cu Exerciții" al Gazetei Matematice, pe adresa Locot. C. D. Ionescu-Țiu, Casa Gazeta Matematică, Calea Griviței 158, București 2.

Drepturile de reproducere rezervate Societății «Gazeta Matematică».

Elevii claselor VI, VII și VIII, cu bogată activitate la această revistă își pot lărgi cadrul activității soluționând probleme din „Gazeta Matematică".

„Gazeta Matematică" apare la 15 al fiecărei luni. Costul abonamentului este 200 lei și se trimite la „Casa Gazeta Matematică", Calea Griviței 158, București 2.

In Biblioteca „Gazetei Matematice" au apărut și se găsesc la adresa indicată mai sus, următoarele:

III. **N. Abramescu,** Lecțiuni elementare de Algebră superioară, pentru clasa VIII-a științifică, Ediția VI-a . . . . . Lei 120

VIII. **A. G. Ioachimescu,** Culegere de Probleme de Algebră. Partea I. Ediția IV-a revăzută și mărită . . . . . Lei 120

IX. **G. Em. Filipescu, A. G. Ioachimescu, I. Ionescu, T. Lalescu și C. Țițeica,** Vocabular Matematic . . . . . Lei 20

X. **G. Țițeica,** Culegere de Probleme de Geometrie . . . . Lei 150

XI. **Gazeta Matematică** 1895—1935. Istoric, învățăminte. Volum jubilar (500 pag.) . . . . . { pentru particulari . . . . . Lei 200 / pentru abonații G. M. și S. G. M. . . Lei 150

XII. **V. Cristescu,** Culegere de Probleme de Trigonometrie. Partea I. (Goniometrie) revăzută și adăugită de *Gh. Th. Gheorghiu* . . . . Lei 95

XIII. **I. Ionescu,** Culegere de Probleme de Aritmetică. Partea I. Aritmetica rațională . . . . . Lei 190

XIV. **V. Cristescu,** Culegere de Probleme de Trigonometrie. Partea II-a. (Trigonometrie plană). Ediția II-a revăzută și adăugită de *Gh. Th. Gheorghiu* . . . . . Lei 125

Suplimentul cu Exerciții { Abonamentul anual (9 numere) . . Lei 50 / Un an vechi (9 numere) . . . . Lei 100

M. O., IMPRIMERIA NAȚIONALĂ. — C. 53.865

BIBLIOTECA CENTRALĂ
„ASOCIAȚIUNII"

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIȚII

ANUL V. No. 6 5 MARTIE 1939

SOCIETATEA GAZETA MATEMATICĂ
CALEA GRIVIȚEI, 158. BUCUREȘTI 2

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL V. No. 6 — 5 MARTIE 1939

ABONAMENTUL LEI 50 PE AN (9 numere)

Soluţii, abonamente şi orice corespondenţă pe adresa:

Locot. C. D. IONESCU-ŢIU

Casa «Gazeta Matematică», Calea Griviţei 158. — Bucureşti 2

CONCURSUL „GAZETEI MATEMATICE"

După cum s'a anunţat în numărul 1, din Octomvrie 1938, al *Gazetei Matematice Supliment cu exerciţii*, anul acesta se va ţine un concurs de matematici între elevii liceelor din ţară şi elevii anului preparator al Şcoalei Politehnice REGELE CAROL II din Bucureşti.

Dintre candidaţii înscrişi au fost admişi a se prezenta la concurs următorii:

Pentru Clasa IV-a: *Bădescu Fl. Florin, Bănescu A. Mircea, Ciobanu V. Igori, Constantinescu I. Emil, Cozloschi V. Mircea, Dinculeanu Nicolae, Florea V. Virgil, Ionescu C. Miltiade, Iordănescu Gh. Petre, Oprea D. Gheorghe, Pântea P. Tudor, Petrescu I. Ştefan, Pleşu I. Lucian, Popa Teodor, Popescu Ovidiu, Stoianovici I. Şerban, Vlădoianu T. S. Rusan, Vonica I. Ioan.*

Pentru Clasa V-a: *Aldea V. Virgil, Andreescu Gh. Ioan, Antonescu M. Mircea, Arendt R. Emil, Bogdan Gr. Gheorghe, Crăciunescu I. Marcel, Cristea I. Constantin, Drăghicescu P. Paul, Floreşteanu Alexandru, Ganea N. Marin D-tru, Gheorghe Mircea, Grătianu I. Radu, Grigoriu Constantin, Hristescu I. Ioan, Mănescu Gh. Ioan, Mateescu Gh. M. Aurel, Miroslav Şt. Tudorel, Movanu I. Petre, Munteanu I. Ioan, Nedelea Fl. Ioan, Ordeanu P. Mircea, Pacioglu C. Constantin, Pădure M., Popa N. Aurel, Şerban M. Petre, Ştefănescu C. Mihai, Topărceanu I. Gheorghe, Zaharia Gheorghe, Zaharia Gh. Simion.*

Pentru Clasa VI-a: *Vasiliu C. Margareta, Aldea V. Minea, Atanasiu C. Virgil, Bârlea-Suhăţeanu G. Victor, Bârzu Gh. Vasile, Deheleanu Gheorghe, Gligor N. Ioan, Ilie I. Nicolae, Ionescu M. Constantin, Mărgărit I. Nicolae, Nicolau Constantin, Petrescu Iulian, Popişca V. Mircea, Sava V. Dumitru, Sbârnea D. Gheorghe, Şerban C. Constantin, Vasiliu C. Dumitru, Vijelie Gh. Eugeniu.*

Pentru Clasa VII-a: *Ene Gh. Elisabeta, Papadopol D. Elena, Bădescu F. Constantin, Buznea D. Dinu, Călin P. Ioan, Costescu Gh. Ioan, Dincă Al. Ştefan, Gviazdomorschi Eduard, Ionescu D. Stelian, Leibovici Sergiu, Micu V. Petru, Pantelimon V. Constantin, Paparizu I. Gabriel, Paulini R. Rudolf, Petcu Gh. Valerian, Petrescu V. Achile, Petrescu V. Mihai, Pop G. Ilie, Popa D. Mircea, Rohr I. Alexandru, Stoenescu D. Mirel, Theodorescu N. Dorin, Toma I. Victor, Turcu R. Sandu, Văduva Fl. Marin, Zancu C. Aurel.*

Pentru Clasa VIII-a: *Bodnărescu M. Horia, Burghelea S. Cezar, Cernavodeanu I. Ion, Cetăţeanu Stelian, Ciupag St. H. Ştefan, Cristea D. Eftimie, Florescu L. Victor, Ioan A. Ilie, Lupu I. Gruia, Pântescu C. Constantin, Pascariu I. Ioan, Pascu V. Horia, Rădulescu Gh. Octavian, Reischer D. Herman, Stănculescu Mircea, Tătaru N. Nicolae, Turtoiu I. Fănică.*

Pentru anul preparator al Şcoalei Politehnice: *Şaichin O. Adolf.*

Adică 18 candidaţi pentru clasa IV-a, 29 pentru clasa V-a, 18 pentru clasa VI-a, 26 pentru clasa VII-a, 17 pentru clasa VIII-a şi 1 pentru anul preparator al Şcoalei Politehnice.

Fiecare candidat va da câte o lucrare scrisă din ambele materii la care s'a înscris. Lucrările scrise sunt eliminatorii.

Prima teză va avea loc Joi 13 Aprilie 1939, dela ora 8^{30} până la 11^{30}, iar a doua teză, în aceeaşi zi, dela ora 15 până la ora 18, la Şcoala Politehnică, Calea Griviţei 132, Bucureşti.

Oralul va începe Vineri 14 Aprilie, ora 8^{30}, tot la Şcoala Politehnică.

Candidaţilor înscrişi la concurs, cari nu dispun de mijloace materiale pentru venirea şi întreţinerea lor în Bucureşti (după cum au arătat în cererile lor), li se vor trimite în vacanţa de Paşti sumele necesare transportului la Bucureşti şi li se va comunica locul unde vor fi găzduiţi în tot timpul concursului.

DELEGAŢIA SOCIETĂŢII.

EXERCIȚII REZOLVATE

Clasa IV-a. *Exerc. 446. Să se scrie expresiunea:*

$$E \equiv (x^2+3)^6 - (x^2-3)^6,$$

subt forma unui produs de factori pozitivi (enunț corectat).

O. N. Ț.

Avem:

$$E \equiv [(x^2+3)^3 + (x^2-3)^3][(x^2+3)^3 - (x^2-3)^3] =$$
$$= [x^2+3+(x^2-3)][(x^2+3)^2 - (x^4-9) + (x^2-3)^2][(x^2+3)$$
$$-(x^2-3)][(x^2+3)^2+(x^2-9)+(x^2-3)^2] = 36x^2(x^4+27)(x^4+3).$$

Clasa V-a. *Exerc. 439.* Două drepte simetrice față de MT duse prin M, taie tangenta (T) în N și P. Fie (U) tangenta în M la cercul MNP;

$$\measuredangle TMU = \measuredangle TMN + \measuredangle NMU = \measuredangle PMT + \measuredangle MPN = \measuredangle MTN$$

adică:

$\measuredangle TMU$ este constant, deci MU fixă; rezultă că toate cercurile (MNP) sunt tangente la MU.

N. M.

V. 444. Fie BU bisectoarea interioară care dă punctul M; avem:

$$\measuredangle BMC = \measuredangle UBA = \frac{1}{2}\measuredangle TBA = \measuredangle \frac{ACB}{2}$$

atunci:

$$\measuredangle CBM = \measuredangle ACB - \frac{1}{2}\measuredangle ACB = \measuredangle \frac{ACB}{2}$$

și triunghiul CMB e isoscel, adică CM = CB.

Analog, pentru bisectoarea exterioară:

$$\measuredangle AM'B = \measuredangle ABV = 90^0 + \measuredangle UBA = 90^0 + \measuredangle \frac{ACB}{2}$$

atunci:

$$\measuredangle BM'C = \measuredangle M'BC = 90^0 - \measuredangle \frac{ACB}{2} \text{ deci } CM' = CB.$$

N. M.

V. 452. Presupunem problema rezolvată, adică că am construit triunghiul ABC, căruia au fost date laturile $\overline{AB}$ şi $\overline{AC}$ $(\overline{AC} < \overline{AB})$ şi diferenţa unghiurilor opuse acestor două laturi

$$(\measuredangle a = \measuredangle ACD - \measuredangle ABC).$$

Fie $\overline{AC'}$ a doua oblică dusă din A la dreapta BC şi egală cu lungimea lui $\overline{AC}$. Se formează astfel triunghiul BAC', în care sunt cunoscute două laturi:

$$\overline{AC'} = \overline{AC} \text{ şi } \overline{AB}$$

şi unghiul cuprins între ele

$$(\measuredangle C'AB = \measuredangle a).$$

Rezultă construcţiunea următoare: Construim triunghiul BAC'; apoi din A luat centru şi cu raza $\overline{AC'}$ tragem cercul, care taie a doua oară pe BC' în C. Problema are o singură soluţiune.

O. N. Ţ.

V. 454. Ca în toate problemele de construcţie, presupunem problema rezolvată, adică că am construit triunghiul ABC căruia au fost date unghiurile şi suma laturilor $\overline{AB}$ şi $\overline{BC}$. Prelungind latura $\overline{CB}$ cu segmentul $\overline{BD} = \overline{AB}$ se formează două noui triunghiuri: triunghiul isoscel DBA (în care avem prin urmare

$$(\measuredangle BDA = \measuredangle BAD = \frac{1}{2} \measuredangle ABC)$$

şi triunghiul ADC, având

$$\overline{DC} = \overline{AB} + \overline{BC} \; ; \; \measuredangle ADC = \frac{1}{2} \measuredangle ABC \text{ şi } \measuredangle ACD = \measuredangle ACB.$$

Rezultă construcţiunea următoare: Construim un segment de dreaptă $\overline{DC}$ egal cu $\overline{AB} + \overline{BC}$; apoi în C unghiul DCX egal cu $\measuredangle BCA$, iar în D unghiul CDY egal cu $\frac{1}{2} \measuredangle ABC$; semidreptele CX şi DY, formând cu DC două unghiuri a căror sumă este mai mică ca $\measuredangle ACD + \measuredangle ABC$, se întâlnesc determinând vârful A. Ridicând acum perpendiculara pe AD şi trecând prin mijlocul lui $\overline{AD}$ determinăm pe DC vârful B. Problema are o singură soluţiune.

In acelaşi fel se rezolvă problema, când în locul sumei a două laturi considerăm ca fiind dată diferenţa a două laturi.

O. N. Ţ.

V. 456[1]). Se ştie că dacă H, O, M sunt ortocentrul, centrul cercului circumscris şi mijlocul laturei BC într'un triunghiu ABC, atunci

$$2OM = AH$$

şi reciproc.

In cazul exerciţiului de faţă B este centrul cercului circumscris triunghiului MCN, A este mijlocul laturei MN şi deoarece

$$CD' = 2 \times CD = 2 \times AB$$

urmează că D' este ortocentrul triunghiului MCN.

GH. B.

V. 457. Dacă triunghiul este isoscel atunci A' este la mijlocul lui BC şi egalitatea este evidentă căci

$$b = c \quad \text{şi} \quad \overline{CA'} = \overline{BA'}.$$

Să vedem dacă nu sunt şi alte triunghiuri pentru care există relaţiunea dată. Avem, în orice triunghiuri

$$\overline{AA'}^2 = c^2 - \overline{BA'}^2 = b^2 - \overline{CA'}^2$$

$$\therefore \quad (c + \overline{BA'})(c - \overline{BA'}) = (b + \overline{CA'})(b - \overline{CA'})$$

sau dacă avem relaţiunea din enunţ, simplificăm cu $c + BA'$ şi avem:

$$c - \overline{BA'} = b - \overline{CA'}.$$

Dar:

$$\overline{BA'} = c \cos B \ , \ \overline{CA'} = b \cos C$$

$$\therefore \quad c - c \cos B = b - b \cos C$$

$$\therefore \quad c \cos^2 \frac{B}{2} = b \cos^2 \frac{C}{2} \ .$$

Şi înlocuind pe $\cos \frac{B}{2}$ şi $\cos \frac{C}{2}$ în funcţie de laturi, se găseşte

$$c = b.$$

GH. B.

---

1) In enunţul dela pag. 75 s'a omis a se imprima: *dacă* D' *este simetricul lui* C *faţă de* D", ceea ce face exerciţiul neadevărat.

Clasa VII-a. *Exerc. 366.* Tabloul coeficienţilor necunoscutelor este :

$$\begin{Vmatrix} 13 & 17 \\ 78 & 102 \\ 169 & 221 \end{Vmatrix}.$$

Determinanţii de ordinul 2 fiind nuli, să alegem pe 13 determinant principal.

Teorema lui ROUCHÉ cere pentru compatibilitatea sistemului ca determinanţii caracteristici :

$$\begin{vmatrix} 13 & 19 \\ 78 & a \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 13 & 19 \\ 169 & b \end{vmatrix}$$ să fie nuli.

Deci :

$$a = 114 \quad , \quad b = 247.$$

C. I. B.

VII. 380. Să se găsească limita expresiunii.

$$E \equiv \frac{\sqrt{x+2}+\sqrt{x^2+5}-5}{\sqrt{3x-2}+\sqrt{4x^2+5x+23}-9}$$

când $x \to 2$. (Enunţ corectat).

O. N. Ţ.

Expresiunea poate fi pusă sub forma :

$$E \equiv \frac{E_1+E_2}{E_3+E_4}, \text{ unde}$$

$$E_1 \equiv \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} \; ; \; E_2 \equiv \frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2} \; ; \; E_3 \equiv \frac{\sqrt{3x-2}-2}{x-2}$$

i

$$E_4 \equiv \frac{\sqrt{4x^2+5x+23}-7}{x-2}.$$

Dar $\lim_{x \to 2} E_2 \equiv \lim_{x \to 2} \frac{x+2}{\sqrt{x^2+5}+3} = \frac{2}{3}$;

în acelaşi fel:

$$\lim_{x \to 2} E_1 = \frac{1}{4} \; ; \quad \lim_{x \to 2} E_3 = \frac{3}{4} \; ; \quad \lim_{x \to 2} E_4 = \frac{3}{2},$$

şi cum

$$\lim_{x \to 2} (E_3 + E_4) = \frac{3}{4} + \frac{3}{2} = \frac{9}{4} \neq 0$$

$$\therefore \lim_{x \to 2} E = \frac{\lim_{x \to 2} (E_1 + E_2)}{\lim_{x \to 2} (E_3 + E_4)} = \frac{11}{27}.$$

Până la 10 Februarie s'au primit soluţiuni bune pentru exerciţiile publicate în numerele 2, 3, 4 şi 5 dela[1]):

Şcoala Centrală de fete, „Marica Brâncoveanu" Bucureşti.

Clasa III-a: Dumitrescu N. Alexandrina (III: 52, 64*), Jitariu I. Florica (III: 52), Marcu D. Despina (III: 54, IV: 374*, 5, 93*, 5, 6), Melicescu Olga (III: 57). — *Clasa V-a:* Laureanu Hedviga (V: 424, 33, 4*, 45, 6, 67), Niţescu Ana (V: 433, 58). — *Clasa VI-a:* Caveschi Alice (VI: 453), Dimoftache Corina (VI: 453), Gafta P. Margareta (VI: 453*), Halunga Speranţa (VI: 453*), Lăduncă S. Gabriela (VI: 432*, 3, 53*), Mărculescu V. Iolanda (VI: 453*), Tulea Viorica (VI: 453*). — *Clasa VIII-a:* Alexe Lucia (VIII: 290, 4*), Dumitrescu Jeana (VIII: 230, 90, 4).

Liceul de fete „Carmen-Sylva" Bucureşti.

Clasa IV-a: Georgescu Georgeta (IV: 364*), Klauber Livia (IV: 386), Negură Sanda (IV: 364*, 72, 7*), Popescu Adina (IV: 364*, 6*, 75), Zilber Kaspi Mira (IV: 364). — *Clasa V-a:* Vasilescu O. Alexandra (V: 434, 50, 8, 68*, 9). — *Clasa VI-a:* Bătinescu Carolina (VI: 428), Vasiliu C. Margareta (VI: 453). — *Clasa VII-a:* Buzescu C. Georgeta (VII: 383, 90, 1*), Constantinescu D. Paula (VII: 361, 85, 90, 402), Păiş Gabriela (VII: 361), Panu I. Stela (VII: 361), Mayer Silvia (VII: 402), Mugur A. Veronica (VII: 380).

Liceul de fete „Iulia Hajdău" Bucureşti.

Clasa IV-a: Marinescu Maria (IV: 374, 5, 86, V: 460, 1*), Agapie G. Elena (V: 468*), Dragomir Alexandrina (V: 461, 5, 7), Iorga I. Aneta (V: 450), Stoica N. Silvia (V: 450).

---

1) Semnul * însoţeşte numărul unui exerciţiu rezolvat foarte bine.

Liceul de fete „Domnița Ileana“ București.

Clasa V-a : Țugui Mioara (V : 459).

Liceul de fete „Ion Heliade Rădulescu“ București.

Clasa V-a : Popescu Cornelia (V : 459).

Institutul Ortodox „Zoe Râmniceanu“ București.

Clasa VII-a : Mihail Jeana (VII : 361*), Popa L. (VII : 361*). — *Clasa VIII-a :* Gheorghiade Virginia (VIII : 276, 82, T. c. : 184*).

Institutul „Pompilian“ București.

Clasa VI-a : Marinescu S. Rodica (VI : 417*), Predolbanu E. Lia (VI : 417, 32, 5, 45).

Liceul de fete din Bacău.

Clasa VII-a : Papadopol Elena (VII : 383).

Liceul de fete „Sf. Gheorghe“ Călărași.

Clasa IV-a : Cavaleru Emilia (IV : 393, 7*, V : 459, 60, 1, 3, VI : 453*, 65, 7).

Liceul de fete Câmpina.

Clasa IV-a : Căpșună Didina (IV : 405, 58, 67, T. c. : 182).

Liceul „Regina Maria“ Cluj.

Clasa V-a : Nimberger Marta (V : 475).

Pensionul „Ecaterina Urziceanu“ Craiova.

Clasa V-a : Cetate Feldioara (V : 467).

Liceul de fete din Focșani.

Clasa VII-a : Grigoriu Ana (VII : 384).

Liceul „Oltea Doamna“ Iași.

Clasa III-a : Lăbușcă Elena (III : 67). — *Clasa IV-a :* Moisei Eliza (IV : 364*). — *Clasa V-a :* Rotaru Iuliana (V : 433), Țibuleac Ortansa (V : 458, 74, 5*).

Liceul „Notre Dame de Sion“ Iași.

Clasa IV-a : Pârpăriță Maria (IV : 372). — *Clasa VI-a :* Boldescu Ioana (VI : 428, 9, 31, 3, 4, 5, 7, 49), Costea Maria (VI : 449, 50), Cligher

Antoaneta (VI: 445), Flinter M. Josephine (VI: 450, 64*, 445), Groholschi Consuela (VI: 425, 8, 9, 50, 1*, 3*, 5, 48), Grünspan I. Beca (VI: 444, 45, 450), Haimovici Inelly (VI: 428, 9, 32, 45, 50, 444, 45), Horovitz Beatrice (VI: 428, 9), Jerinici Mioara (VI: 449, 50, 64), Kohn Melany (VI: 450, 444, 45).

Liceul de fete din Râmnicul Vâlcea.

Clasa VI-a: Jurcan Sofia (VI: 379, 424, 8, 32, 4, 5, 53*).

Liceul de fete „Carabela" Târgoviște.

Clasa V-a: Leuca Elena (VI: 417*, 31, 3).

Gimnaziul de fete din Tecuci.

Clasa II-a: Sachelarie Ivona (III: 51).

Liceul „Carmen-Sylva" Timișoara.

Clasa III-a: Teodorescu Maria (III: 51*, 2). — *Clasa IV-a:* Cosma Hermina (IV: 391, 401), Solea C. A. (IV: 389, 91). — *Clasa VII-a:* Adler Edith (VII: 385, 5), Checian Ana (VII: 361*, 83, 5, 90, VIII: 289, T. c.: 182), Domonkos Erica (VII: 383, 4, 5, T. c.: 182). — *Clasa VIII-a:* Olariu Elena (VIII: 290).

Liceul de fete Turnu-Severin.

Clasa V-a: Marincea N. Elena (V: 466, 74*).

Liceul „Spiru Haret" București.

Clasa III-a: Ivanovici C.: (III: 57), Stoian S. M. (III: 52, 6). — *Clasa IV-a:* Jecu E. (IV: 373, 4, 5), Mișu S. N. (IV: 373, 5, 83), Paulian F. (IV: 364), Simion G. A. (IV: 377), Teodorescu A. (IV: 393). — *Clasa V-a:* Löbel M. (V: 433, 4), Popescu-Necșești A. (V: 424, 34, 58, 68). — *Clasa VII-a:* Grigoriu D. (VII: 361*, 85, 90*, 1*, 402*), Guralivu E. (VII: 357, 9, 61, 4, 6, 70, 1, 83*, 4, 5*, T. c.: 184*), Racoviceanu V. (VII: 376, 7*), Șeibulescu C. (VII: 361, 84, 5). — *Clasa VIII-a:* Actarian C. (VIII: 274*, 90*, 300*), Cernovodeanu I. (VIII: 265*, 76*, 9*, 82, 90*), Dinu M. (VIII: 265, 84), Dragomirescu I. (VIII: 262, 76), Nahmias Ș. (VIII: 265), Niculescu D. (VIII: 262, 76*), Pârșan I. I. (VIII: 262), Stern S. (VIII: 262, 71), Stănculescu M. (VIII: 290*, T. c.: 193).

Liceul „Gh. Lazăr" București.

Clasa V-a: Iliescu-Brânceni C. (V: 448*, 9*, 50, 3, 4, 9, 65), Machedon D. (V: 458), Petrescu F. (VI: 424, VII: 402). — *Clasa VI-a:* Andonie C. Gh. (VI: 436, 7, 43, 53*, 5*), Friedman B. C. (VI: 450, 5, VII: 377), Kraus R. (VI: 468), Moscovici N. (VI: 424, 7, 55*), Petrescu Iulian (VI: 445), Popa I. Vladimir (VI: 424, 35*, 7, 45, 50, 3*), — *Clasa VII-a:* Arești eanu H. (VII: 361), Teodoroff A. Șt. (VII: 400). — *Clasa VIII-a:* Cristea E. (VIII: 285*).

Liceul „Mihai Viteazu" Bucureşti.

Clasa IV-a: Voinea G. M. (IV: 373).— *Clasa V-a:* Stambuliu D. D. (V: 446, 69), Trestianu S. (V: 425, 33), Vernescu N. (V: 446). — *Clasa VI-a:* Posmantin H. (VI: 417*).

Liceul „Gh. Şincai" Bucureşti.

Clasa IV-a: Chiru M. Gr. (IV: 383, 6), Constantinescu E. (IV: 364*, 5*, 74, 5, 7, 81), Pârvulescu C. (IV: 374, 5, 7, 83). — *Clasa V-a:* Nissim A. (V: 424, 8, 9, 32, 3, 7, 46). — *Clasa VIII-a:* Cetăţeanu St. (VIII: 262).

Liceul „Titu Maiorescu" Bucureşti.

Clasa VI-a: Gal I. (VI: 424, 8, 9, 45), Niculescu C. M. (VI: 417, 25, 36*, 44, 5, 6, 9, 50, 5, 6, 8*, 66*, T. c.: 193). — *Clasa VII-a:* Călin I. (VII: 366), Profeta S. A. (VII: 270, 1, 2).

Liceul „Mihail Eminescu" Bucureşti.

Clasa V-a: Aron I. Gh. (V: 453), Nadolu G. (V: 445), Protopopescu Al. D-tru (V: 446, 60). — *Clasa VII-a:* Costescu I. (VIII: 265), Georgescu S. (VIII: 265), Marinescu I. (VII: 361).

Liceul „Sf. Andrei" Bucureşti.

Clasa V-a: Ganea D. (V: 424, 33, 5). — *Clasa VI-a:* Schenk E. (VI: 450, 5).

Colegiul Naţional „Sf. Sava" Bucureşti.

Clasa IV-a: Marinescu D. (IV: 364), Stoica V. Victor (IV: 393, 8, 9). — *Clasa V-a:* Botez R. (V: 463*). — *Clasa VI-a:* Gheorghiadi G. (VI: 413, 20, 35, 6, 7, 47, 50, 66), Ionescu E. (VI: 412). — *Clasa VII-a:* Gârneţiu I. (VII: 368).

Liceul „Aurel Vlaicu" Bucureşti.

Clasa VIII-a: Săruleşteanu E. (VIII: 262, 4).

Liceul „Cantemir-Vodă" Bucureşti.

Clasa IV-a: Moisescu D. (IV: 374, 7, 92).

Liceul „Matei Basarab" Bucureşti.

Clasa IV-a: Baron A. (IV: 377), Bercovici L. (IV: 396), Ghelber A. (IV: 364, 74, 6), Klang I. (IV: 366, 74, 5, 6), Natan D. (IV: 374), Ripner Z. (IV: 374), Saichin I. (IV: 374, V: 460), Saicovici E. (IV: 389, 93, 5), Segal M. (IV: 374, 81), Schafer A. (IV: 375), Spiner A. (IV: 374, 5). — *Clasa VI-a:* Teodoroff A. (VI: 432, 4).

Institutul „Schewitz Thierrin“ București.

Clasa V-a: Niculescu P. (V: 458), Păsărică I. Ion (IV: 453, 4, 62, 75), (V: 450, 85). — *Clasa VI-a:* Ghigheanu I. (VI: 424*, 31*, 4, 5), Mărgărit N. (VI: 426). — *Clasa VII-a:* Gamulea R. (VII: 377, 80), Marin C. (VII: 402, 3), Niculescu-Fine P. (VII: 400, 403), Sigmund I. (VII: 371, 7, 80), Vereș N. (VII: 380).

Liceul „Sf. Iosif“ București.

Clasa VI-a: Vasilescu I. (VI: 455*).

Liceul „Profesorii Asociați“ București.

Clasa VI-a: Marcusohn O. (VI: 446, 68).

Liceul „Moise Nicoară“ Arad.

Clasa II-a: Ieșan Al. (III: 59, 63*). — *Clasa III-a:* Gheorghiu M. (III: 52), Grecu S. (III: 57*, 8), Mălăieș I. (III: 56, 7, 8), Moldt Gh. (III: 57*, 63*), Negrău I. I. (III: 54, 6, 8*), Omescu I. (III: 57*, 8, 63). — *Clasa IV-a:* Ardeleanu F. Mircea (IV: 377, 86, 93*), Georgescu T. (IV: 395*, V: 460), Grozescu T. T. (IV: 400, 1, 48*), Nistor I. I. (IV: 395*, 400, V: 476), Popa T. T. (IV: 401, V: 460, 7), Popovicіu F. T. (IV: 382, 94, 401). *Clasa V-a:* Cristea D. V. (V: 448*, 50, 9, 60*, 7), Schauer I. Al. (V: 454). *Clasa VI-a:* David E. (VI: 434, 7, 40, 50, 1), Gligor N. Ioan (VI: 430, 6*, 43, 9, 67*), Luca I. I. (VI: 436*, 51*, 6, 64, 7*, T. c.: 190), Pop I. V. (VI: 450*, 67*), Simon P. (VI: 436*, 7*, 49, 50*), Teododescu I. I. (VI: 428, 32, 5, 50, 3*, 67*). — *Clasa VIII-a:* Borncas M. (VIII: 290*), Mureșan I. Oct. (VIII: 265*, 82, 5*, 9, 94*, 300*), Pribac G. G. (VIII: 277, 8*, 85, 9, 90*).

Liceul „Regele Ferdinand I“ Bacău.

Clasa IV-a: Mareș V. C. (IV: 364, 401). — *Clasa VI-a:* Cerchizan C. VI: 450, 5), Frank T. (VI: 428, 9, 50). — *Clasa VII-a:* Micu P. (VII: 361).

Liceul „Samuil Vulcan“ Beiuș.

Clasa III-a: Donea G. Gh. (IV: 376, 84). — *Clasa VIII-a:* Teodoran Gh. (VIII: 265).

Liceul „Sf. Vasile“ Blaj.

Clasa III-a: Cârnațiu I. I. (III: 52).

Liceul „Avram Iancu“ Brad.

Clasa V-a: Nicoară A. L. (V: 451*).

Liceul „N. Bălcescu“ Brăila.

Clasa V-a: Stănescu V. A. (V: 467, 8*, 9). — *Clasa VI-a:* Bălănescu F. V. (VI: 450, 3).

Liceul „Andrei Şaguna“ Braşov.

Clasa IV-a: Bobancu L. E. (IV : 383), Bobeş I. L. (T. c.: 180), Boilă I. I. (IV: 383), Bugeanu I. A. (IV: 400, 1, 364), Bungeţeanu I. (IV: 393, 5), Climeciu I. (IV: 381), Coman Gh. Tib. (T. c.: 180), Gall C. (IV: 364, 74), Neguţ I. S. (IV: 373*, 4, 5*, 6*, 7*, 81, 364*), Olteanu I. M. (IV: 364, 74, 5), Postovar A. C. (IV: 373). — *Clasa VIII-a:* Prişcu I. R. (VIII: 297*), Scrob L. L. (VIII: 270).

Liceul „Dr. I. Meşotă“ Braşov.

Clasa III-a: Dumitraşcu N. O. (III: 57, 8, 9), Ouatu Gh. I. (III: 59). *Clasa VI-a:* Bershn H. G. (VI: 428), Elöpatachi E. (VI: 428, 9). — *Clasa VII-a:* Băncilă I. A. (VIII: 377*, 90), Rosenzweig G. M. (VII: 377, 96).

Liceul „B. P. Hajdeu“ Buzău.

Clasa VI-a: Aldea V. M. (VI: 433*, 4*, 5, 7*, 53, T. c.: 175, 6), Iorgulescu N. F. (VI: 421, 7, 31*, 3*, 5, 7), Nicolau Gr. C. (VI: 421, 35, 56*).

Liceul „Ştirbei Vodă“ Călăraşi.

Clasa IV-a: Petrescu A. T. (IV: 375, 6). — *Clasa VII-a:* Ulescu N. P. (VII: 361).

Liceul „D. Ştirbei“ Câmpina.

Clasa III-a: Catea G. (III: 67), Cernat M. (III: 67). — *Clasa IV-a:* Lungescu Gh. (VI: 426, 8, 56), Rădulescu N. N. (IV: 358, 98, 9, 400).—*Clasa V-a:* Bucuroiu A. (V: 458, 9, 68. T. c.: 182), Cernat T. I. (V: 467), Gherhardt T. (V: 458), Heler H. (V: 446, 58, 67, 74), Petcu C. (V: 458), Popescu I. I. (V: 453, 8, T. c.: 182), Ungureanu G. S. (V: 449. T. c.: 182), Tudose C. I. (V: 446), Zecheru C. I. (V: 458, 9, 80. T. c.: 182). — *Clasa VII-a:* Guess I. I. (VII: 358, 79, 80), Mihăilescu C. C. (VII: 377, 80, 1, 2. T. c.: 162, 75, 6, 82), Socolescu M. (VII: 377, 84. T. c. 175, 82).

Particulari, Câmpina.

Clasa IV-a: Cremeneanu I. (IV: 397, 401, 2, 5, 6, 7, V: 467), Ruemmelle A. M. (IV: 393*, 7*, 401, 67).

Liceul „Ioniţă Asan“ Caracal.

Clasa V-a: Ionescu G. I. (V: 448). — *Clasa VIII-a:* Ciocan V. M. (VIII: 361).

Liceul „Aron Pumnul“ Cernăuţi.

Clasa III-a: Timotin A. A. (III: 52, 6, 9*, 63). — *Clasa VII-a:* Sbiera M. A. (VII: 371).

Liceul Ortodox „Mitropolitul Silvestru" Cernăuți.

Clasa IV-a: Cenușe G. (IV: 373, 7, 81), Cortușan V. (IV: 373, 4, 57), Georgescu T. C. (IV: 377), Volschi A. (IV: 363, 4, 73, 7, 9, 86, 8, 400, 1, 48). — *Clasa VII-a:* Șliam A. A. (VII: 361). — *Clasa VIII-a:* Bălan G. D. (VIII: 270, 1, 80*), Bocancea M. D. (VIII: 370, 8), Gherman D. M. (VIII: 270, 1*. 2, 3, 4).

Liceul militar „Ștefan cel Mare" Cernăuți.

Clasa III-a: Cândea S. (III: 52), Căpriță I. (III: 52), Chifu E. (III: 52), Chiriță T. (III: 64), Cortușan I. (III: 64), Dimitriu M. (III: 52), Huțul C. (III: 52), Popescu A. G. (III: 52), Popescu N. (III: 52), Rizescu O. (III: 52), Țăranu Ș. (III: 52). Teodorescu (III: 52), Vasiliu D. (III: 64), Zuzuleac N. (III: 52). — *Clasa IV-a:* Bănescu M. (IV: 374, 7, 86, 95), Buzea V. (IV: 395), Cătinescu V. N. (IV: 373, 95), Ispas C. (IV: 377, 95), Pleșu L. (IV: 377, 93, 5*, 6*, V: 467), Rădulescu Ș. (IV: 373. 4*, 7, 95*), Șorțu I. C. (IV: 377), Stănescu C. (IV: 393, 5), Țapu N. V. (IV: 377). — *Clasa V-a:* Bojin C. D. (V: 460), Chiriacescu St. P. (V: 459, 60*), Diaconescu V. C. (V: 459, 60, 8), Dimitriu C. R. (V: 459, 60, 1, 8), Holea T. (V: 460), Horia I. (V: 468), Irimescu S. P. (V: 459*, 60, 1, 8), Ivan D. H. (V: 459, 61), Ivan N. N. (V: 460), Mircea I. Gh. (V: 453, 4), Nubert C. R. (V: 467), Slătineanu C. (V: 459), Stoia T. (V: 468), Topârceanu G. (V: 455, 9, 61), Vișan T. (V: 459, 60, 1), Vlădescu I. Gh. (V: 459, 60, 8), Zavati C. C. (V: 459, 60, 1). *Clasa VI-a:* Cristescu P. (VI: 424), Ionescu C. (VI: 432), Popișca M. (VI: 428, 9, 32*). — *Clasa VII-a:* Cotulbea C. (VIII: 376, 7, 9, 90, 1, T. c.: 180, 1), Dovgan G. (VII: 376, 7*, 9, 90, 1, 361, T. c.: 180), Gviazdomorschi R. (VII: 390, 1, T. c.: 180), Moise I. (VII: 377, 90), Onișor V. (VII: 377), Paicu M. (VII: 390), Petrescu M. (VII: 390), Sulițanu C. (VII: 376, 7, 9, 90, 1, 361, T. c.: 180). — *Clasa VIII-a:* Metz M. (VIII: 265), Șerbănescu Șt. (VIII: 265).

Liceul „B. P. Hașdeu" Chișinău".

Clasa VIII-a: Eudosenco A. (VIII: 275).

Liceul militar „Regele Ferdinand I" Chișinău.

Clasa IV-a: Antohi I. V. (IV: 375*, 6*, 7, 84), Ciobanu V. I. (IV: 373, 5, 6, 7, 84, 93*, 5, 6*), Crăciunescu C. V. (IV: 384), Florea V. (IV: 364), Gherman A. (IV: 383, 4), Herjiu G. (IV: 373, 4, 5, 6, 7, 83, 4, 93), Ionescu G. (IV: 384), Nicolae P. (IV: 384), Niță R. G. (IV: 384, 4, 96), Pâslărașu P. C. (IV: 364, 73, 5, 83, 4), Pavelescu P. N. (IV: 375, 84, 95), Radu I. G. (IV: 373, 5, 84), Stepancovschi G. (IV: 383, 4). — *Clasa V-a:* Căpitan T. L. (V: 450), Cristea I. C. (V: 434, 59, 60, 1, 6, T. c.: 193), Harea V. (IV: 459, 60, 1, 3*, 5), Nanculescu V. N. (V: 459, 60, 1, 3*, 5, 7), Petrea C. G. (V: 437, 46, 50), Petrescu P. (V: 437), Veleanu G. (V: 446). *Clasa VII-a:* Zangu A. (VII: 361).

Seminarul Pedagogic Universitar Cluj.

Clasa VI-a: VLAD P. P. (VI: 450, 3).

Liceul „Gh. Barițiu" Cluj.

Clasa IV-a: BALU I. E. (IV: 393, 5, 6).

Liceul „Mircea cel Bătrân" Constanța.

Clasa V-a: SOTIRIU G. T. (V: 431, 4, 6, 7*, 45, 6, VI: 424).

Colegiul Național „Carol I" Craiova.

Clasa VIII-a: CETATE C. C. (VIII: 396*), GEORGESCU BENONE (VIII: 281, 90, 300).

Liceul „Frații Buzești" Craiova.

Clasa III-a: MARIAN M. D. (III: 55, 62, 4, 5). — *Clasa VII-a:* MARIAN M. ION (VII: 361, 76, 7*, 9, 80, 1).

Liceul militar „D. A. Sturdza" Craiova.

Clasa III-a: COLĂNEL I. (III: 52). — *Clasa IV-a:* GHINEA N. M. (IV: 383), PROCOPIE C. N. (IV: 374*). — *Clasa V-a;* DIACONU M. I. (V: 428, 50), GEORGESCU F. F. (V: 459*), MATEESCU AUREL (V: 462), MINCIUNESCU D. (V: 405), PAȘOI D. (V: 450), TUȚĂ S. I. (V: 450), ZAHARIA S. (V: 461), ZENO D. (V: 450). — *Clasa VI-a:* SĂNDULACHE A. (VI: 453*). — *Clasa VIII-a:* CIUPAG H. (VIII: 265).

Liceul „Unirea" Focșani.

Clasa V-a: ISOPESCU C. I. (V: 459, 60, 1*).

Liceul „Sf. Nicolae" Gheorgheni

Clasa IV-a: NICOLAU ST. C. (IV: 37, 92).

Liceul „Ion Maiorescu" Giurgiu.

Clasa VII-a: CHERȚMAN M. (VII: 377*, VIII: 265), DOSCAN G. ALEX. (VII: 380, 400, 01, 402, 3, T. c.: 180, 1, 7, 90), VĂDUVA MARIN (VII: 377*, 90, 400, 01, 402, 3, T. c.: 180, 81).

Liceul Internat „C. Negruzzi" Iași.

Clasa IV-a: BULANDRA D. P. (IV: 373, 4, 7, 9, 86). — *Clasa V-a:* AIONIȚEI C. P. (V: 445, 6, 50), GHIRESCU N. (V: 448), ILARION ATH. FLORIN (V: 462), MANOLIU G. V. (V: 445, 6, 8, 50, 74), MANOLACHE C. M. (V: 446, 8, 50, 3, 60), RABINSCHI N. (V: 448, 50), TACHE G. D. (V: 445, 6, 50), TELEANU I. I. (V: 445, 6, 8, 50). — *Clasa VI-a:* BARBAIANI I. (VI: 417, 32, 3, 4*, VIII: 275). — *Clasa VII-a:* ROTMAN M. (VII: 380).

Căminul „Mârzescu“ Iași.

Clasa VII-a : Paleologu A. Igori (VII : 400).

Liceul „Seminarul Pedagogic“ Iași.

Clasa VIII-a : Popescu Const. (VII : 400, 01), Rugină A. Șt. (VII : 400).

Liceul „Național“ Iași.

Clasa IV-a : Alexandrescu Gh. (IV : 364), Andrieș M. (IV : 364), Baran D. T. (IV : 364, 83, 93), Botez R. (IV : 364), Boușcă A. (IV : 374, 5, 6), Botez R. (IV : 364), Burghelea S. (IV : 364*, 74, 5, 6), Davidovici I. (IV : 393, 5, 6), Dorel M. (IV : 364), Engler A. (IV : 364, 74), Groholschi S. (IV : 393*, 5), Fainstein A. (IV : 364, 93, 5, 6), Ionescu S. H. (IV : 393, 5*), Moraru C. (IV : 364*), Moscovici M. (IV : 364), Nacht S. (IV : 364, 5*), Popescu A. (IV : 364), Suceveanu C. Gh. (IV : 405), Șaraga E. (IV : 364, 95), Theitler C. (IV : 364), Turculeț T. (IV : 364), Weiss G. (IV : 364, 76), Zalman L. IV : 364). — *Clasa V-a :* Ilarion A. F. (V : 463, 4*, 5, 73, 4, 5*, 6, 7*), Zaharescu A. (V : 425).—*Clasa VII-a :* Alterescu R. (VII : 377), Berneagă Andrei (VII : 400), Blimeș B. H. (VII : 400, 01), Cămilă G. D. (VII : 373, 9, 400, 01), Dodon D. Ion (VII : 400, 01), Cornel M. C. (VII : 379, 400, 01). Harhy B. B. (VII : 400, 01), Nacu F. Mihai (VII : 400, 01, Oltarescu I. R. (VII : 400, T. c : 180), Pșaid I. Iacob (VII : 400, 01), Rollea C. Vasile (VII : 389, 90, 8*, 400, 01, T. c.: 180), Rozenfeld St. P. (VII : 400), Rozenzveig A. (VII : 400), Rosinrouch F. (VII : 400), Samy S. S. (VII : 400, T. c.: 180), Țilu E. N. (VII : 400, T. c. 180), Wacatel T. (VII : 400, 01).

Liceul „M. Kogălniceanu“ Iași.

Clasa VI-a : Bulocinic S. W. (VI : 455), Umlauf V. (VI : 428).

Liceul militar „General Makarovici“ Iași.

Clasa IV-a : Bădulescu M. (IV : 395, 6), Bucur N. G. (IV : 400), Căruntu F. (IV : 364, 98, 9, 400, 1, V : 460, 1), Climchievici L. M. (IV : 401), Cosloschi M. (IV : 393), Gheorghiu T. (IV : 364), Iftode I. C. (IV : 364, 99, 401, 56, V : 460, 5), Jipa A. (IV : 395, 6), Lăzărescu A. I. (IV : 401), Mateescu M. G. (IV : 395, 6, 400), Marinescu M. I. (IV : 398, 9, 400, 1), Palade V. M. (IV : 401), Sburlan D. C. (IV : 396), Teodoru M. (IV : 399, 400, 56, V : 460, 5). *Clasa V-a :* Armencea L. (V : 474*), Badiu C. (V : 474*), Bogdan G. (V : 448, 74), Carp C. M. (V : 427), Ciuhureanu N. P. (V : 474), Costică D. P. (V : 427, 48, 9*), Dăscălescu I. (V : 474*), Dobrescu A. (V : 427), Drăgănescu C. R. (V : 425*, 7, 74*), Drăghicescu D. P. (V : 446, 9*, 50, 63, 73*, 4*, 5*, 6*, 7*, T. c.: 163), Eliade V. (V : 425*), Grădinescu E. (V : 445, 6), Iancu P. (V : 425*, 74), Jipa C. N. (V : 427*), Manolescu R. (V : 474), Pascaru I. C. (VII : 380, 1), Petrea S. V. (V : 475*, 6, 7), Popa N. A. (V : 449, 50, 9, 60, 1, 74), Radu I. (V : 425, 7, T. c.: 163), Romanescu C. (V : 474), Stan M. (V : 474), Zaharescu M. (V : 474). — *Clasa VI-a :* Arabu E. (VI : 450), Atanasiu

C. V. (VI: 432*, 44, 9, 50, 3*, 6), Aurel I. I. (VI: 428, 9, 50, 3*), Avramescu A. (VI: 450), Bârzu G. V. (VI: 442, 3, 50), Bosânceanu D. (VI: 450), Brăţeanu Gh. (VI: 444), Broşteanu G. (VI: 450), Damian M. A. (VI: 450, 6), Gheorghiu A. A. (VI: 432*, 44, 50, 3*, 6), Lăbuşcă I. (VI: 424*, 8, 9, 32*, 50, 3*), Sabin G. (VI: 450). — *Clasa VII-a:* Cărare Th. (VII: 400), Cărdeiu D. G. (VII: 401, 402, 3), Crăciun I. I. (VII: 400, 01, 402, 3), Creţu P. D-tru (VII: 400, Gheorghiu P. (VII: 371, 400, 01), Hanganu O. L. (VIII: 400, 01, 402), Huianu I. (VII: 401), Jareghie V. I. (VII: 401, 02, 3), Jiletcovici G. Al. (VII: 371, 80, 1, 90, 400, 01, 402, 3), Mironescu T. D. (VII: 400, 01, 402, 3), Naforniţă D. (VII: 361, 90, 8, 402, 3, T. c.: 162, 9), Pantelimon C. (VII: 402*, 3*), Pascaru I. Const. (400, 01), Petrescu Achile (VII: 400, 01), Popa D. Mircea (VII: 400, 01, 402, 3), Potopeanu G. (VII: 400, 402, 3), Rohr I. Alex. (VII: 400, 01, 402, 3).

Liceul militar „N. Filipescu" Mânăstirea Dealu.

Clasa IV-a: Anastasescu A. (IV: 395, 6), Bunescu M. G. (IV: 374, 95), Burş I. (IV: 373, 4, 93*, 4, 5*, 6, 424), Dumitrescu D. (IV: 396), Drăgulănescu D. (IV: 395), Filipidescu M. (IV: 396), Gheorghiu M. (IV: 393, 6), Iordănescu P. (IV: 375, 93*, 4, 5*, 6), Nicolae A. (IV: 396), Popescu P. (IV: 396), Pârligras T. (IV: 395), Petrescu I. St. (IV: 374, 96, V: 450), Săveanu G. I. (IV: 395, 6), Stoianovici Ş. (IV: 394, 6, V: 474*), Stroe G. (IV: 396), Viecelli A. (IV: 374, 94, 6*, V: 424), Vitănescu C. (IV: 374*, 93*, 5*, 6), Vlădoianu I. R. (IV: 375, 6, 94*, 6*). — *Clasa V-a:* Aldea Virgil (V: 401, 53*, 63, 74, VI: 424, 32), Arendt R. E, (V: 445), Crăciunescu I. M. (V: 463*, 4*, 462, 70), Floreşteanu A. (V: 463*, 4*, 74), Hristescu I. I. (V: 463, 74, 5, VI: 424, 53), Ionescu-Berechet F. A. (IV: 445, 59, 60, 1), Mircea Gh. (VI: 424, 33*, 53), Vasilescu B. (V: 475). — *Clasa VI-a:* Bărbulescu M. V. (VI: 428, 9, 41, 5, 50, 3, 444), Bârlea-Suhăţeanu G. V. (VI: 436, 41, 8*, 50, 1, 3, 65*, 6*, 7* 8), Boeru C. A. (VI: 450, 3, 5*), Beştoiu N. (VI: 434, 44, 50, 3), Chintescu M. Matei (VI: 441), Cristescu E. V. (V: 448, 9, 50, 3, 5, 444, 45), Chiriţescu M. (VI: 434, 40, 4, 50, 3, 68), Dragomir M. E. A. (VI: 441, 455*, 68, T. c.: 162), Georgescu C. F. (VI: 434, 44, 50, 3), Lăcătuş V. (VI: 429, 50, 444), Mastero V. (VI: 450), Pleşea I. C. (VI: 445, 450), Predoiu Nicolae (VI: 441, 4, 45, 8, 9, 50, 3, 5, 65), Şerban C. C. (VI: 427, 31, 3, 41), Vijelie Gh. Eug. (VI: 424*, 7, 8, 9, 31*, 2*, 3, 4, 40, 1, 4, 5, 50). *Clasa VII-a:* Bogza Andrei (VII: 377*, 380, 1), Jipescu N. Nic. (VII: 400), Staicu I. N. (VII: 390*, 1*), Stoenescu D. Mirel (VII: 390, 400, 1*, 402, 3).

Liceul „I. C. Brătianu" Piteşti.

Clasa IV-a: Popescu G. M. (IV: 364, 73, 4*, 5*, 6, 7, 386, V: 450, VI: 428, 9), Temistocle A. (IV: 393). — *Clasa V-a:* Zamfirescu C. I. (V: 446).

Liceul „Sf. Petru şi Pavel" Ploeşti.

Clasa VII-a: Turtoiu S. (VII: 377), Vasilescu N. G. (VII: 361, 77).

Liceul „Gh. Lazăr" Sibiu.

Clasa VI-a : Stănculescu S. E. (VI : 426, T. c. : 176).

Liceul „Principele Nicolae" Sighişoara.

Clasa VI-a : Deac C. (VI : 432). — *Clasa VII-a :* Roşeală Gh. (VII : 390).

Liceul „Tudor Vladimirescu" Târgu-Jiu.

Clasa V-a : Dănău C. C. (V : 446, 67). — *Clasa VII-a :* Bărbulescu Gh. (VII : 377, VIII : 275*).

Şcoala normală „Spiru Haret" Târgu-Jiu.

Clasa IV-a : Cotocu N. I. (IV : 377, 83).

Liceul „Papiu Ilarian" Târgu Mureş.

Clasa III-a : Buzdugan V. (III : 52, 5, 6), Lazăr G. (III : 52, 5, 6), Maniu-Laurenţiu (III : 52, 6), Maniu Luciniu (III : 52), Paicu D. (III : 52, 4, 5, 6), Stoica M. (III : 52*). — *Clasa IV-a :* Abraham E. Emeric (IV : 374, 5, 6, 84, 6, 8).

Liceul militar „Mihai Viteazul" Târgu-Mureş.

Clasa IV-a : Branovici I. (IV : 373), Ionescu C. M. (IV : 373, 7), Iorgulescu G. C. (IV : 373), Mateucă G. F. (IV : 373), Oprea D. G. (IV : 375, 93, 5, 6*, 401), Pântea T. (IV : 399), Petrescu I. C. (IV : 373), Şoancă N. (IV : 364). — *Clasa V-a :* Ardelean I. M. (V : 465), Barangă T. G. (V : 465, 8), Coman I. L. (V : 460), Hrisaf C. I. (V : 465), Ionescu A. D. (T. c. : 193), Mironescu I. D. (T. c. : 186, 90, 1, 3), Ordeanu I. M. (V : 470), Vizireanu S. (V : 465). — *Clasa VI-a :* Andronescu F. (VI : 428, 9), Jianu R. M. (VI : 428, 9), Jolondcofschi N. V. (VI : 424*, 9), Marinescu D. (VI : 458), Văleanu S. (VI : 450*, 3). — *Clasa VII-a :* Andreescu E. (VII : 391), Balu G. (VII : 376, 9, 80), Mironescu I. D. (VII : 389, 90), Mihăilescu D. D-tru (VII : 380), Pănoiu I. (VII : 372, 6, 9, 80, 1, 90), Paraipan N. C. (VII : 376, 81), Popescu F. C. (VII : 361, 8, 90), Todirică V. C. (VII : 368, 77, 80, 1, 90), Topalescu S. G. (VII : 361, 79, 80, 1, 9, T. c. : 186, 7, 90).

Liceul „D. A. Sturdza" Tecuci.

Clasa VII-a : Căpraru T. T. (VII : 361, 8, 71, 2, 4*).

Liceul „Piarist" Timişoara.

Clasa V-a : Popescu G. (V : 437, 46, 9*, 50). — *Clasa VII-a :* Kaminsky S. (VII : 361).

Liceul „C. Diaconovici Loga“ Timişoara.

Clasa IV-a: Disella N. P. (IV: 374, 5), Pentia T. (IV: 374), Rădoiu N. (IV: 364), Schmidt A. E. (IV: 365*, 76, 84). — *Clasa VI-a:* Baconyi C. (VI: 438, 9, 40, 1, 5, 50, 1*, 3*, 5, T. c.: 179, 80, 1).

Liceul „Principele Carol“ Tulcea.

Clasa VII-a: Gheorghiu E. O. (VII: 400, 1).

Liceul „Sf. Haralambie“ Turnu-Măgurele.

Clasa III-a: Dincă M. F. (III: 67).—*Clasa IV-a;* Popescu E. Toma (IV: 384, V: 448). *Clasa V-a:* Chirigiu S. M. (V: 460, 1, 5, 7), Florian C. P. (V: 465), Olteanu P. R. (V: 465), Pârvănescu P. F. (V: 425, 50, 60, 1, 5, 7), Petrescu I. T. (V: 460), Popescu A. P. (V: 460), Puşcaşiu I. Gh. (V: 450, 60, 1, 5). — *Clasa VI-a:* Necşescu A. (VI: 417*). — *Clasa VII-a:* Stoga Mih. (VII: 377, 379, 80, 81).

Liceul „Regele Ferdinand“ Turda.

Clasa IV-a: Rusu I. M. (393, 5).—*Clasa VII-a:* Paulini R. (VII: 361).

Liceul „Traian“ Turnu-Severin.

Clasa V-a: Bubulete V. S. (V: 448, 61), Drăgan M. P. (V: 453), Iorgulescu C. M. (V: 461, 7).—*Clasa VI-a:* Biristeică P. N. (VI: 437, 50, 3), Cruceru G. C. (VI: 436, 45, 50, 3*, 4, 6, VII: 377*), Glogojeanu I. M. (VI: 424, 8, 9, 30, 2*, 4*, 5, VIII: 275), Mihail I. G. (VI: 437, 40, 9, 50, 3*, 4, 6, VIII: 275), Uidilă I. (VI: 428, 9, 53). — *Clasa VIII-a;* Gherghinescu I. R. (VIII: 275*, 9, 90), Ördögh L. (VIII: 265, 75*), Zaharia C. P. (VIII: 271).

EXERCIŢII PROPUSE

Soluţiile exerciţiilor propuse în acest număr se primesc până la 1 Iunie 1939

Clasa III-a. *Exerc. 72.* In triunghiul ABC, perpendicularele în B pe AB şi în C pe AC, întâlnesc o dreaptă oarecare dusă prin A, în B' şi C'.

Să se arate că:

$$\sphericalangle BB'A + \sphericalangle CC'A = \sphericalangle BAC.$$

N. M.

III. 73. Fie un paralelogram ABCD şi un punct E pe latura AB. Dreptele AC şi DE se taie în punctul F şi dreptele CE şi FB se taie în punctul G.

Să se arate că:

$$\text{aria AEF} + \text{aria BEG} = \text{aria CFG}.$$

C. I. Ţ.

III. 74. In triunghiul isoscel ABC, perpendiculara în C pe BC taie pe AB în D şi mediana din B taie pe CD în E. Să se arate, că $\overline{CD}$ este de trei ori mai mare ca $\overline{CE}$.

N. M.

III. 75. Intr'un cerc O, cu raza de 6,435 m, ducem diametrul $\overline{AB}$ şi coarda $\overline{BC} = 11{,}88$ m; apoi din A ducem coarda $\overline{AF}$ perpendiculară pe raza OC.

Să se calculeze:

a) Lungimea coardei $\overline{BF}$.

b) Lungimea coardei care uneşte punctul F cu G extremitatea diametrului ce pleacă din C.

Să se arate că dreptele BG şi AC sunt paralele.

O. N. Ţ.

III. 76. Intr'un cerc O cu raza 48 mm înscrieţi un exagon regulat ABCDEF; duceţi apoi apotemele $\overline{OA'}$, $\overline{OB'}$, $\overline{OC'}$, $\overline{OD'}$, $\overline{OE'}$, $\overline{OF'}$ la laturile AB, BC, CD, DE, EF, FA, iar în vârfurile A, B, C, D, E, F construiţi tangentele la cercul O.

Demonstraţi că:

1°. Perechile de tangente

(AL, BL); (BM, CM); (CN, DN); (DP, EP); (ER, FR); (FS, AS)

se întâlnesc respectiv pe semidreptele:

OA', OB', OC', OD', OE', OF';

2°. Perechile de tangente

(AT, CT); (CU, EU); (EV, AV)

şi

(BT', T'D); (DU', FU'); (FV', BV')

se întâlnesc respectiv pe

OB, OD, OF şi OC, OE, OA.

3°. Cunoaşteţi pe $\overline{OA}$. Calculaţi apotema $\overline{OA'}$, apoi pe $\overline{OL}$.

4°. Exagoanele LMNPRS şi TT'UU'VV' sunt exagoane regulate. Calculaţi laturile lor şi perimetrele lor.

5°. Triunghiurile TUV şi T'U'V' sunt egale. Arătaţi că latura lor este egală cu de trei ori latura $\overline{LM}$ a exagonului.

O. N. Ţ.

Clasa IV-a. *Exerc. 412.* Media aritmetică x a numerelor a şi b este soluţia ecuaţiei:

$$\frac{x+b(b+bc+3c)}{x+c(c+bc+3b)}=\frac{x+b(b+c)}{x+c(b+c)}.$$

N. M.

IV. 413. Să se rezolve ecuaţia:

$$(x+5)^3=(x+4)^3+(x+5)^2+(x+6)^2.$$

N. M.

IV. 414. Să se rezolve ecuaţia:

$$\left(x-1\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)+\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)+\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{4}\right)+\left(x-\frac{1}{4}\right)\left(x-\frac{1}{5}\right)=\left(2x-\frac{3}{4}\right)\left(2x-\frac{3}{5}\right)$$

şi să se verifice soluţia găsită.

G. D. S.

IV. 415. Să se găsească valoarea lui m astfel încât ecuaţia

$$\frac{m-1}{x-2}+\frac{m-5}{x-3}+\frac{m-6}{x-4}=0$$

să fie de gradul întâi; să se rezolve apoi ecuaţia.

V. Gh.

IV. 416. Media proporțională a numerelor a, b, c este numărul x care verifică egalitatea

$$x = a \cdot \frac{\frac{x}{a} + \frac{b^2}{c^2}}{\frac{b}{c} + 1}.$$

N. M.

IV. 417. Rezolviți sistemul:

$$\frac{x+y}{2} + \frac{x+2y}{3} - \frac{y+2x}{4} = \frac{7}{12}$$

$$\frac{x-y}{3} + \frac{x-3y}{6} - \frac{y-3x}{8} = \frac{5}{28}$$

și verificați sistemul de soluțiuni aflate.

O. N. Ț.

IV. 418. Rezolviți sistemul:

$$\begin{cases} \dfrac{x+19y}{17} + \dfrac{y+17x}{19} = \dfrac{19x-y}{17} + \dfrac{17y-x}{19} \\ \dfrac{19x+17y+188}{17x+19y+182} = 1 \end{cases}$$

și verificați sistemul de soluțiuni aflat.

O. N. Ț.

IV. 419. In două plane paralele P și P′ sunt date două triunghiuri asemenea ABC și A′B′C′ astfel că dreptele care unesc vârfurile omoloage AA′, BB′, CC′ se întâlnesc în același punct. Să se arate că laturile omoloage sunt paralele. Reciproca teoremei este adevărată?

Generalizare.

O. N. Ț.

IV. 420. Fie cubul ABCDEFGH și O centrul feței CGHD; A′ și B′ punctele unde dreptele AO și BO înțeapă respectiv planul EFGH.

1°. Arătaţi că dreptele EA' şi FB' se întâlnesc pe dreapta GH.

2°. Calculaţi distanţa dintre dreptele AB şi B'A', exprimată în raport cu lungimea muchii cubului.

3°. Arătaţi că planele BFB' şi AEA' sunt simetrice în raport cu planul CGHD.

4°. Aflaţi distanţa cea mai scurtă între dreptele CF şi DB'; CG şi DB'; A'C şi DE.

O. N. Ţ.

IV. 421. Aceeaşi problemă înlocuind cubul ABCDEFGH printr'un *paralelipiped dreptunghiu* de dimensiuni *a, b, c.*

O. N. Ţ.

Clasa V-a. *Exerc. 483.* Să se împartă numărul S în părţi direct proporţionale cu numerele *a, b, c.* Fiecare număr obţinut să se împartă apoi în părţi direct proporţionale cu numerele *a, b, c.* Se repetă aceeaşi operaţie cu numerele obţinute de $(n-2)$ ori. Să se găsească numerele finale.

C. I. B.

V. 484. Să se rezolve ecuaţiunea:

$$\frac{(x-1)^2}{(a+1)^2}+(x-a)\frac{x-1}{a+1}-3=0.$$

G. D. S.

V. 485. Se dă ecuaţia:

$$4x^2-(m+12)x+m^2=0.$$

1°. Să se determine m aşa fel încât raportul rădăcinilor să fie k. Cum trebue să fie k pentru ca m să fie număr raţional?

2°. Să se studieze natura rădăcinilor ecuaţiei date când m variază dela $-\infty$ la $+\infty$.

G. D. S.

V. 486. Se dă un patrat ABCD şi se ia pe cercul circumscris un punct M situat pe arcul AB.

Să se arate că:

$$\frac{\overline{MA}+\overline{MB}}{\overline{MC}+\overline{MD}}=\sqrt{2}-1.$$

G. D. S.

V. 487. Fie B′ şi A′ respectiv mijloacele laturilor AC şi BC din triunghiul ABC. Cercul ce trece prin A, B′ şi A′ taie latura AB în F. Să se calculeze, în funcţie de laturile triunghiului, segmentul $\overline{BF}$.

G. D. S.

V. 488. Se dă un triunghiu ABC. Fie M un punct situat în interiorul triunghiului sau pe contur; D, E, F proiecţiile acestui punct pe BC, CA, AB; R_1, R_2, R_3 razele cercurilor AEMF, BDMF, CDME.

Să se arate că avem:

$$R_1+R_2+R_3>\frac{1}{4}(\text{perimetrul lui ABC}).$$

V. Gh.

V. 489. Să se rezolve ecuaţiunea:

$$\left(x-\frac{a}{x}\right)\left(x-\frac{b}{x}\right)=\frac{ab}{a+b},$$

apoi să se verifice egalitatea:

$$\left(\sqrt{a+b}-\frac{a}{\sqrt{a+b}}\right)\left(\sqrt{a+b}-\frac{b}{\sqrt{a+b}}\right)=\frac{ab}{a+b}.$$

G. I. Ţ.

V. 490. Să se calculeze unghiurile unui triunghiu, cunoscând unghiul A şi ştiind că bisectoarea unghiului B are aceeaşi lungime ca latura BC.

G. G. C.

V. 491. Fie M un punct mobil pe latura Ax a unghiului BAx şi P un punct pe Ax astfel că $\overline{MP}$ este cât jumătatea lui $\overline{BM}$. Să se demonstreze că distanţa dela P la BM este jumătate din distanţa dela B la Ax.

Gh. B.

V. 492. Fie două cercuri tangente interior în punctul T, de raze r şi R. Prin punctul T_1 se duce perpendiculara AB pe diametrul TT_1 al cercului interior şi care taie cercul exterior în punctele A şi B. Dreptele TA şi TB taie (a doua oară) cercul interior în A_1 şi B_1 respectiv. Să se afle: 1) aria triunghiului TA_1B_1; 2) locul coardei A_1B_1 când punctul T de contact ce mişcă pe cercul exterior.

C. I. Ţ.

V. 493. x_1 şi x_2 fiind rădăcinile ecuaţiunii de gradul al doilea

$$ax^2 - bx + c = 0;$$

să se formeze ecuaţiunea care are ca rădăcini:

$$y_1 = \left(x_1^5 + \frac{1}{x_1^5}\right)^2 + \left(x_2^3 + \frac{1}{x_2^3}\right)^2$$

$$y_2 = \left(x_2^5 + \frac{1}{x_2^5}\right)^2 + \left(x_1^3 + \frac{1}{x_1^3}\right)^2.$$

O. N. Ţ.

V. 494. x_1 şi x_2 fiind rădăcinile ecuaţiunii de gradul al doilea:

$$[\alpha^2 + \beta^2 + 1 + 2\beta]\, x^2 - 2\,[\alpha^2 - \beta^2 + 1]\, x + [\alpha^2 + \beta^2 + 1 - 2\beta] = 0$$

să se formeze ecuaţiunea bipătrată care are ca rădăcini:

$$y_1 = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \quad ; \quad y_2 = \frac{x_1}{x_2} - \frac{x_2}{x_1} \quad ;$$

$$y_3 = \frac{x_2}{x_1} - \frac{x_1}{x_2} \quad ; \quad y_4 = -\frac{x_1}{x_2} - \frac{x_2}{x_1}.$$

Ce fel de rădăcini are ecuaţiunea bipătrată astfel formată?

O. N. Ţ.

Clasa VI-a. *Exerc. 472.* Dacă între unghiurile unui triunghiu avem:

$$\frac{\cos^2 B}{\cos^2 C} = \frac{\operatorname{tg} C}{\operatorname{tg} B},$$

triunghiul este isoscel sau dreptunghiu.

Gh. B.

VI. 473. Dacă într'un triunghiu, notațiile fiind cele cunoscute, avem:

$$ab + bc + ca = 2S,$$

avem și

$$\text{cosec}A + \text{cosec}B + \text{cosec}C = 1$$

și reciproc.

V. Gh.

VI. 474. Într'un triunghiu oarecare avem relațiunile:

$$\sum \frac{\Sigma \sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2} + \sin^2\frac{C}{2}}{\Sigma \cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2} + \cos^2\frac{C}{2}} = 1;$$

$$\Sigma \sin A \cos^2\frac{A}{2} = 2\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}\Sigma \cos A;$$

$$2\Sigma \sin A + \Sigma \sin 2A = 8\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}\Sigma \cos A.$$

C. I. Ț.

VI. 475. Să se verifice relația:

$$\frac{b-c}{r_b - r_c} + \frac{c-a}{r_c - r_a} + \frac{a-b}{r_a - r_b} = \frac{a}{r_b + r_c} + \frac{b}{r_c + r_a} + \frac{c}{r_a + r_b}.$$

G. D. S.

VI. 476. Să se arate că între elementele unui triunghiu există relația:

$$(a-b)^2 + (a-c)^2 - 2(a-b)(a-c)\cos A = a^2\left(1 - \frac{2r}{R}\right),$$

notațiile fiind cele obișnuite.

G. D. S.

VI. 477. Să se rezolve ecuația:

$$\sin^3 x = \sin(A - x)\sin(B - x)\sin(C - x)$$

A, B, C fiind unghiurile unui triunghiu.

G. D. S.

VI. 478. Să se afle generatoarea unui con cu raza bazei de 1 m ştiind că faţă de un cilindru înalt de 2 m, volumele lor se raportă ca patratul ariilor laterale.

N. M.

VI. 479. Dându-se un triunghiu oarecare ABC, să se ducă prin vârful A dreptele AD şi AE astfel că având $\sphericalangle BAD = \sphericalangle CAE$ să avem şi $\overline{BD} = \overline{CE}$. Ce relaţie de condiţie trebue îndeplinită ca al treilea segment al laturei $\overline{BC}$ să fie egal cu primele două?

O. N. Ţ.

VI. 480. O prismă dreaptă cu baza un triunghiu echilateral ABCDEF e astfel că aria triunghiului DBC este de trei ori aria bazei ABC. Să se calculeze:

1°. Volumul prizmei ABCDEF

2°. Unghiul planului DBC cu planul bazei

3°. Unghiul planului DBC cu planele feţelor laterale ale prizmei date.

O. N. Ţ.

VI. 481. In triunghiul BAC pe laturile $\overline{AB}$ şi $\overline{AC}$ descriem către interiorul triunghiului două cercuri capabile de unghiul α care taie respectiv latura BC în punctele B' şi C'. Să se arate că avem:

$$\frac{\overline{BB'}}{\overline{CC'}} = \frac{\operatorname{cotg}\alpha + \operatorname{cotg}B}{\operatorname{cotg}\alpha + \operatorname{cotg}C}.$$

Să se determine unghiul α astfel ca segmentele $\overline{BB'}$ şi $\overline{CC'}$ să fie proporţionale cu laturile adiacente $\overline{AB}$ şi $\overline{AC}$.

O. N. Ţ.

VI. 482. Intr'un triunghiu ABC ($\overline{BC} > \overline{AB} > \overline{AC}$) fie H ortocentrul triunghiului. Cercul BHC taie a doua oară laturile AB şi AC în B' şi C' respectiv. Să se calculeze segmentele $\overline{BB'}$ şi $\overline{CC'}$ în funcţiune de $\overline{BC}$ şi unghiurile triunghiului considerat.

O. N. Ţ.

VI. 483. Insemnând cu I punctul de întâlnire al dreptelor BB' şi CC', să se calculeze perimetrul şi aria triunghiului BIC.

O. N. Ţ.

Clasa VII-a. *Exerc. 406.* Se dă funcţiunea:

$$y = \frac{x}{ax^2 + b}.$$

Notând cu m coeficientul unghiular al tangentei la curba reprezentativă într'un punct al ei M, să se afle limitele între care poate varia m.

G. D. S.

VII. 407. Se dă funcţiunea:

$$y = \frac{4x}{2x^2 + 3}$$

şi se cere:

1°. Să se construiască curba reprezentativă;

2°. Să se construiască grafic tangenta în origină;

3°. Să se găsească punctele în care tangenta la curbă e paralelă cu dreptele $y = \frac{x}{2}$;

4°. Să se afle punctele de inflexiune ale curbei.

G. D. S.

VII. 408. Să se studieze variaţiunea funcţiunilor:

$$y = \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}} \quad \text{şi} \quad y = \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

Să se arate că, dacă reprezentăm aceste variaţiuni, curbele sunt simetrice faţă de bisectoarea unghiului xoy.

C. I. Ţ.

VII. 409. Să se determine valoarea lui n (întreg şi pozitiv) astfel încât să avem:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{(x + a_1)^4 + (2x + a_2)^4 + \ldots + (nx + a_n)^4}{(b_1 - x^2)^2 + (b^2 - 2x^2)^2 + \ldots + (b_n - nx^2)^2} = 35\frac{2}{5}.$$

V. GH.

VII. 410. Să se studieze variaţiunea funcţiunii:

$$y = \sqrt{x + \sqrt{2x - 1}} + \sqrt{x - \sqrt{2x - 1}}.$$

C. I. Ţ.

VII. 411. Să se studieze variaţiunea funcţiunii:

$$y = 2a + x\sqrt{2} + \sqrt{\frac{x^2 - 4ax + 3a^2}{2}}$$

când x variază dela $-a$ la $+a$.

GH. B.

VII. 412. Să se studieze variaţia funcţiunii:

$$y = (x - 1)^4 + (x - 2)^4.$$

C. I. B.

VII. 413. Să se studieze variaţia funcţiunii:

$$y = \sin x + \frac{1}{2}\sin 2x + \frac{1}{3}\sin 3x.$$

C. I. B.

VII. 414. Să se studieze variaţia funcţiunii:

$$y = \frac{1}{\sin x + \cos 2x}.$$

C. I. B.

VII. 415. Să se studieze variaţia funcţiunii:

$$y = \frac{\sin x - \cos 2x}{\sin x + \cos 2x}.$$

C. I. B.

Clasa VIII-a. *Exerc. 301.* O placă materială în formă de pătrat, ABCD, de latură l, se compune din patru triunghiuri: AOD, DOC, COB, BOA de densităţi respective δ, 2δ, 3δ, 4δ; O fiind centrul patratului. Să se determine poziţia centrului de greutate G, al patratului.

V. GH.

VIII. 302. Să se demonstreze, că locul geometric al punctelor P din planul triunghiului ABC, pentru care ariile triunghiurilor PAB, PBC, PCA rămân constante când A şi C descriu dreapta AC, iar B este fix, este o dreaptă.

G. G. C.

VIII. 303. Fie ABCD un trapez oarecare, I intersecţia diagonalelor $\overline{AC}$ şi $\overline{BD}$; M mijlocul bazei mari CD. Prin consideraţiuni de mecanică să se arate că:

1°. Triunghiurile AID şi CIB sunt echivalente;

2°. Paralela la diagonala AC dusă prin centrul de greutate al triunghiului AID şi paralela la diagonala BD dusă prin centrul de greutate al triunghiului CIB se taie pe dreapta IM.

C. I. Ţ.

VIII. 304. Fie dată o hiperbolă şi un punct P. M fiind un punct al hiperbolei, să se găsească locul geometric al punctului care împarte segmentul MP în raportul λ.

C. I. B.

VIII. 305. Se dă cercul $x^2 + y^2 = 1$ şi hiperbola $x^2 - y^2 = 1$. O dreaptă variabilă trecând prin origina axelor de coordonate taie cercul în C şi hiperbola în I. Să se afle locul geometric al mijlocului segmentului CI.

C. I. B.

VIII. 306. Să se studieze natura rădăcinilor ecuaţiei

$$x^4 - 4mx^2 + 5 = 0$$

m fiind un parametru variabil.

C. I. B.

VIII. 307. α şi β fiind coordonatele unui punct din plan, să se separe planul în regiuni după natura rădăcinilor ecuaţiei

$$x^3 + (\alpha - \beta)\, x^2 + (\alpha - \beta) = 0.$$

C. I. B.

VIII. 308. Să se studieze natura rădăcinilor ecuaţiei:

$$2x^3 + \operatorname{tg}\alpha \,.\, x^2 - (1 + \operatorname{tg}^3\alpha) = 0$$

α fiind un parametru variabil.

C. I. B.

Pentru toate clasele. *Exerc. 202.* Să se determine condiţiunile pentru ca un număr de şase cifre să fie divizibil prin *3267.*

G. G. C.

T. C. 203. Să se arate că $n - 1$ şi $8n + 1$ nu pot avea alţi divizori comuni în afară de *3* şi *9.*

GH. B.

T. C. 204. Să se examineze dacă ecuaţiunea:

$$(x + 1)(ax^2 + b) = (cx + d)^2$$

poate avea rădăcini întregi, atunci când numerele *a, b, c, d* sunt întregi consecutive, într'o ordine oarecare.

GH. B.

T. C. 205. Să se scrie numărul *1939* şi răsturnatul lui în *cifre romane,* utilizând cât mai puţine semne.

I. L.

T. C. 206. Dacă N este prim cu *1939,* atunci avem:

$$(N^{828} + 1)(N^{414} + 1)(N^{207} + 1)(N^{138} + N^{69} + 1)$$
$$(N^{46} + N^{23} + 1)(N^{23} - 1) = \mathcal{M}.\, 1939.$$

I. L.

T. C. 207. Să se arate că produsul:

$$(1939^{60}+1)(1939^{30}+1)(1939^{15}+1)(1939^{10}+1939^{5}+1)$$

se împarte exact cu 11×13.

I. L.

T. C. 208. Dacă N_B reprezintă numărul N scris în sistemul cu baza B, să se arate că avem:

$$1939_{11}+1939_{12}<1939_{23}.$$

Să se generalizeze.

I. L.

T. C. 209. Numărul *1939* poate să fie descompus într'o progresie aritmetică având şapte termeni întregi şi pozitivi.

I. L.

INSTRUCŢIUNI

a) Soluţiile exerciţiilor se vor scrie cu cerneală, pe sferturi de coală şi numai pe o parte a foii.

Dacă va fi nevoie de mai multe foi pentru soluţionarea unui exerciţiu, ele se vor coase sau lipi în partea stângă. Figurile, ce vor fi necesare pentru urmărirea exerciţiului se vor construi îngrijit, cu cerneală sau tuş, pe foi aparte, având formatul arătat mai sus şi se vor coase sau lipi odată cu soluţia.

Nu se vor trimite soluţiile mai multor exerciţii pe aceeaşi foaie.

b) Redactarea soluţiilor se va face astfel:

Sus, se va scrie numărul exerciţiului, dedesubt enunţul astfel cum e publicat în revistă, cu iniţialele propunătorului, apoi soluţia clar compusă, iar la sfârşit, iscălitura rezolvitorului în ordinea următoare:

Nume de botez complet, iniţiala părintelui, numele de familie, însoţite de clasa şi şcoala pe care o urmează.

c) Nu se vor lua în considerare soluţiile iscălite de 2 sau mai mulţi corespondenţi, nici soluţiile exerciţiilor propuse la clase inferioare aceleia în care corespondentul se află. Pentru redijarea soluţiilor se pot vedea indicaţiile din Nr. 1, Vol. IV.

d) Soluţiile se primesc timp de 3 luni dela propunerea exerciţiului, numai dela abonaţii „Suplimentului cu Exerciţii" al Gazetei Matematice, pe adresa Locot. C. D. Ionescu-Ţiu, Casa Gazeta Matematică, Calea Griviţei 158, Bucureşti 2.

Drepturile de reproducere rezervate Societăţii «Gazeta Matematică».

Elevii claselor VI, VII şi VIII, cu bogată activitate la această revistă îşi pot lărgi cadrul activităţii soluţionând probleme din „Gazeta Matematică".

„Gazeta Matematică" apare la 15 al fiecărei luni. Costul abonamentului este 200 lei şi se trimite la „Casa Gazeta Matematică", Calea Griviţei 158, Bucureşti 2.

In Biblioteca „Gazetei Matematice" au apărut şi se găsesc la adresa indicată mai sus, următoarele:

III. **N. Abramescu,** Lecţiuni elementare de Algebră superioară, pentru clasa VIII-a ştiinţifică, Ediţia VI-a . . . . . Lei 120

VIII. **A. G. Ioachimescu,** Culegere de Probleme de Algebră. Partea I. Ediţia IV-a revăzută şi mărită . . . . . Lei 120

IX. **G. Em. Filipescu, A. G. Ioachimescu, I. Ionescu, T. Lalescu şi C. Ţiţeica,** Vocabular Matematic . . . . . Lei 20

X. **G. Ţiţeica,** Culegere de Probleme de Geometrie . . . . Lei 150

XI. **Gazeta Matematică** 1895—1935. Istoric, învăţăminte. Volum jubilar (500 pag.) . . . . . { pentru particulari . . . . . Lei 200 / pentru abonaţii G. M. şi S. G. M. . . Lei 150

XII. **V. Cristescu,** Culegere de Probleme de Trigonometrie. Partea I. (Goniometrie) revăzută şi adăugită de *Gh. Th. Gheorghiu* . . . . Lei 95

XIII. **I. Ionescu,** Culegere de Probleme de Aritmetică. Partea I. Aritmetica raţionată . . . . . Lei 190

XIV. **V. Cristescu,** Culegere de Probleme de Trigonometrie. Partea I-a. (Trigonometrie plană). Ediţia II-a revăzută şi adăugită de *Gh. Th. Gheorghiu* . . . . . Lei 125

Suplimentul cu Exerciţii { Abonamentul anual (9 numere) . . Lei 50 / Un an vechi (9 numere) . . . . Lei 100

MONITORUL OFICIAL ŞI
IMPRIMERIILE STATULUI
IMPRIMERIA NAŢIONALĂ
:: BUCUREŞTI — 1939 ::

C. 53.980

BIBLIOTECA CENTRALĂ
A ASOCIAȚIUNII
SIBIIU

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL V. No. 7 1 APRILIE 1939

SOCIETATEA GAZETA MATEMATICĂ
CALEA GRIVIŢEI, 158. BUCUREŞTI 2

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL V. No. 7 — 1 APRILIE 1939

ABONAMENTUL LEI 50 PE AN (9 numere)

Soluţii, abonamente şi orice corespondenţă pe adresa:

Locot. C. D. IONESCU-ŢIU

Casa «Gazeta Matematică», Calea Griviţei 158. — Bucureşti 2

EXERCIŢII REZOLVATE

Clasa III-a. *Exerc. 49.* Este cunoscută proprietatea: *toate unghiurile înscrise într'un segment de cerc au aceeaşi măsură; un unghiu interior segmentului* (cu aceeaşi coardă) *are o măsură mai mare ca aceea a unghiului înscris; un unghiu exterior segmentului are o măsură mai mică ca aceea a unghiului înscris,* urmează deci construcţiunea următoare:

Fie O mijlocul segmentului $\overline{AD}$ şi OE dreapta perpendiculară pe AD. Luăm un punct I oarecare pe OE şi construim cercul cu centrul în punctul I şi raza $\overline{IA}$, astfel ca cercul I să taie paralela dată în două puncte, care sunt punctele cerute B şi C.

1°. Arcele $\overset{\frown}{AB}$ şi $\overset{\frown}{DC}$ fiind cuprinse între coardele paralele AD şi BC sunt egale, deci coardele ce le întind $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ sunt asemenea egale;

2°. Oricum ar fi dată paralela la AD, unghiurile ABD şi ACD nu pot fi drepte decât în cazul când luăm centrul I în punctul O; luând însă centrul cercului în O trebue ca distanţa paralelei BC la AD să fie mai mică ca $\frac{\overline{AD}}{2}$;

3°. In cazul când cercul I este tangent paralelei BC, trapezul se reduce la un triunghiu isoscel; în acest caz E fiind punctul unde OE taie pe BC, centrul I este în punctul unde perpendiculara la mijlocul lui $\overline{AE}$ taie pe OE.

4°. Ariile triunghiurilor ABD şi CBD pe care le determină diagonala $\overline{BD}$ în trapezul ABCD sunt respectiv proporţionale cu *baza mare* şi *latura neparalelă*. In cazul când centrul trapezului isoscel este în O, aria triunghiului mic este jumătate din aria celuilalt triunghiu, etc.

O. N. Ţ.

III. 50. Din punctul D ducem paralela DM la CF, care taie diametrul AB în M; apoi diametrul DOE'. Punctul E trebue să se găsească în E'

In triunghiul BAC isoscel, înălţimea $\overline{AD}$ (căci $\widehat{ADB} = 90^0$) este şi mediană, adică $\overline{BD} = \overline{DC}$.

Deoarece DM ∥ CG, avem şi $\overline{BM} = \overline{MG}$, dar FG ∥ DM, iar $\overline{AF} = \overline{FD}$, deci avem şi $\overline{MG} = \overline{GA}$.

$$\therefore \qquad \Delta DGA = \Delta DMB,$$

deci $\overline{DG} = \overline{DM}$, apoi $\overline{GO} = \overline{OM}$ deoarece DO este perpendicular pe AB. Patrulaterul DGE'M este prin urmare un romb; deci GE' fiind paralelă cu DM este paralelă cu CG şi în consecinţă se confundă cu GE prelungirea lui CG. Având acum $\overline{GE} = \overline{DM}$, iar

$$\overline{DM} = \frac{1}{2}\overline{CG} \quad \therefore \quad \overline{GE} = \frac{1}{2}\overline{CG}.$$

Pentru a împărţi segmentul $\overline{AB}$ în trei părţi egale facem următoarea construcţiune:

Pe $\overline{AB}$ ca diametru construim cercul O, apoi construim tangenta $\overline{AC} = \overline{AB}$ şi diametrul $\overline{DE}$ perpendicular pe AB.

Unim C cu E şi însemnând cu G punctul unde CE taie pe AB, avem segmentul $\overline{AG}$ a treia parte a lui $\overline{AB}$.

O. N. Ţ.

Clasa IV-a. *Exerc. 369.* Să construim întâi (grafic) numărul $\sqrt{1+2^2}$.

Construim un unghiu drept MON; luăm pe latura ON un segment $\overline{OA}$ egale cu unitatea dată, adică cât *o jumătate de centimetru*, iar pe latura OM un segment $\overline{OB}$ egal cu două jumătăţi de

centimetru. Ipotenuza $\overline{AB}$ a triunghiului BOA reprezintă măsura $\sqrt{1+2^2}$, căci avem după teorema lui PYTHAGORA:

$$\overline{AB}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = 1^2 + 2^2.$$

Pentru a construi pe $\sqrt{1+2^2+3^2+5^2}$, după ce am construit pe $\overline{AB}$, ca mai sus, în punctul B ridicăm pe AB perpendiculara BP pe care purtăm segmentul $\overline{BC}$ cât de trei ori unitatea dată, segmentul $\overline{AC}$ are măsura egală cu $\sqrt{1+2^2+3^2}$; apoi în punctul C pe AC ridicăm perpendiculara CR pe care purtăm un segment $\overline{CD}$ cât cinci unităţi date, segmentul $\overline{AD}$ are măsura $\sqrt{1+2^2+3^2+5^2}$. In acelaşi fel construim un segment $\overline{A'D'}$ care are măsura $\sqrt{4^2+5^2+6^2+7^2}$.

Având aceste numere construite, pentru a reprezenta numărul dat pe axa $x'x$, plecând dela origina O luăm segmentul $\overline{OI} = +2$, apoi măsurăm segmentul $\overline{IJ}$ în sensul pozitiv cât de trei ori $\overline{AB}$; apoi în sensul negativ $\overline{JK}$ cât de două ori $\overline{AC}$, şi în urmă în sensul pozitiv $\overline{KL}$ egal cu $\overline{AD}$. Segmentul $\overline{OL}$ reprezintă numărul cerut [1]).

O. N. Ţ.

IV. 370. Din triunghiurile dreptunghiuri IMD şi ABD asemenea (având unghiul ascuţit IDM comun) avem relaţia:

$$\frac{\overline{IM}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{DM}}{\overline{BD}} \quad ; \quad \text{dar } \overline{DM} = \frac{\overline{AD}}{2}$$

$$\therefore \quad \overline{IM} = \frac{\overline{AD} \cdot \overline{AB}}{2 \cdot \overline{BD}} = \frac{\overline{AD} \cdot \overline{AB}^2}{2\overline{BD} \cdot \overline{AB}},$$

însă

$$\overline{BD} \cdot \overline{AB} = \overline{AD} \cdot \overline{BH},$$

deci

$$\overline{IM} = \frac{\overline{AB}^2}{2\,\overline{BH}}, \quad \text{iar } \overline{AB}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{AH} = \overline{AD} \cdot \frac{\overline{AD} - \overline{BC}}{2}$$

$$\therefore \quad \overline{IM} = \frac{\overline{AD}\,(\overline{AD} - \overline{BC})}{4\,\overline{BH}} = \frac{\overline{AD}\,(\overline{AD} - \overline{BC})\,(\overline{AD} + \overline{BC})}{8S}.$$

O. N. Ţ.

---

1) A se vedea: Algebra pentru clasa IV-a secundară, de Prof. O. N. ŢINO.

IV. 371. Fie un patrulater oarecare având diagonalele egale. Fie $\overline{BB_1}$, $\overline{CC_1}$ *perpendicularele duse din vârfurile laturei* $\overline{BC}$ *pe latura opusă* $\overline{AD}$; $\overline{CC_2}$, $\overline{DD_2}$ *perpendicularele duse pe* AB; $\overline{DD_1}$, $\overline{AA_1}$ *perpendicularele pe* BC; $\overline{AA_2}$, $\overline{BB_2}$ *perpendicularele pe* CD. S *fiind aria patrulaterului, avem relația:*

$$S \geqq \frac{1}{4}\sqrt{(\overline{BB_1}+\overline{CC_1})(\overline{CC_2}+\overline{DD_2})(\overline{DD_1}+\overline{AA_1})(\overline{AA_2}+\overline{BB_2})}.$$

O. N. Ț.

Insemnând cu A', B', C', D' respectiv mijloacele laturilor $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$, observăm că A'B'C'D' este un romb, deci aria S' a lui este dată de relația:

$$2S' = \overline{A'C'} \cdot \overline{B'D'}. \qquad (1)$$

Dar $$\frac{\text{aria } B'CC'}{\text{aria } BCD} = \left(\frac{\overline{B'C'}}{\overline{BD}}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \quad \text{aria } B'CC' + \text{aria } D'AA' = \frac{1}{4}S; \quad \text{aria } D'DC' + \text{aria } B'BA' = \frac{1}{4}S$$

$$\therefore \quad S = 2S' = \overline{B'D'} \cdot \overline{A'C'}, \quad \text{deci} \quad S^2 = \overline{B'D'}^2 \cdot \overline{A'C'}^2. \qquad (2)$$

Dacă $\overline{B'B''}$ este perpendiculara din B' pe latura AD, etc., avem:

$$\overline{B'D'} \geqq \overline{B'B''} = \frac{\overline{BB_1}+\overline{CC_1}}{2}; \quad \overline{D'B'} \geqq \overline{D'D''} = \frac{\overline{DD_1}+\overline{AA_1}}{2};$$

$$\overline{A'C'} \geqq \overline{A'A''} = \frac{\overline{AA_2}+\overline{BB_2}}{2}; \quad \overline{C'A'} \geqq \overline{C'C''} = \frac{\overline{CC_2}+\overline{DD_2}}{2},$$

care folosite în relația (2) dau relația cerută.

O. N. Ț.

Clasa V-a. *Exerc. 426.* Scriind egalitățile

$$P(a_1) - P(a_i) = 0 \qquad (i = 2, 3, 4, 5, 6)$$

și simplificându-le respectiv cu numerele diferite de zero

$$(a_1 - a_2), (a_1 - a_3), (a_1 - a_4), (a_1 - a_5), (a_1 - a_6)$$

obținem egalitățile:

$$Q(a_i) \equiv A_0(a_1^4 + a_1^3 a_i + a_1^2 a_i^2 + a_1 a_i^3 + a_i^4) + A_1(a_1^3 + a_1^2 a_i + a_1 a_i^2 + a_i^3) + A_2(a_1^2 + a_1 a_i + a_i^2) + A_3(a_1 + a_i) + A_4 = 0 \qquad (i = 2, 3, 4, 5, 6).$$

Formând diferențele:

$$Q(a_2) - Q(a_i) = 0 \qquad (i = 3, 4, 5, 6)$$

și simplificându-le respectiv cu numerele diferite de zero

$$(a_2 - a_3)\ ,\ (a_2 - a_4)\ ,\ (a_2 - a_5)\ ,\ (a_2 - a_6)$$

găsim următoarele relațiuni:

$$R(a_i) \equiv A_0[a_1^3 + a_1^2(a_2 + a_i) + a_1(a_2^2 + a_2 a_i + a_i^2) + (a_2^3 + a_2^2 a_i + a_2 a_i^2 + a_i^3)] + A_1[a_1^2 + a_1(a_2 + a_i) + (a_2^2 + a_2 a_i + a_i^2)] + A_2[a_1 + a_2 + a_i] + A_3 = 0 \qquad (i = 3, 4, 5, 6).$$

Formând acum diferențele:

$$R(a_3) - R(a_i) = 0 \qquad (i = 4, 5, 6)$$

și simplificând respectiv cu numerele diferite de zero

$$(a_3 - a_i) \qquad i = 4, 5, 6,$$

obținem următoarele noui relațiuni:

$$S(a_i) \equiv A_0[a_1^2 + a_1(a_2 + a_3 + a_i) + a_2^2 + a_2(a_3 + a_i) + (a_3^2 + a_3 a_i + a_i^2)] + A_1[a_1 + a_2 + a_3 + a_i] + A_2 = 0 \qquad (i = 4, 5, 6).$$

Prin același procedeu din aceste trei relații deducem următoarele două:

$$A_0(a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_i) + A_1 = 0 \qquad (i = 5, 6);$$

apoi scăzându-le, relațiunea:

$$A_0(a_5 - a_6) = 0;\ \text{dar}\ a_5 - a_6 \neq 0,$$

trebue deci să avem: $A_0 = 0$.

Reluând procedeul pentru polinomul devenit de gradul al patrulea găsim: $A_1 = 0$ şi aşa mai departe:

$$A_2 = 0, \text{ apoi } A_3 = 0 \ ; \ A_4 = 0 \ ; \ A_5 = 0 \ ; \ A_6 = 0,$$

adică că polinomul considerat *este identic nul.*

O. N. Ţ.

Clasa VIII-a. *Exerc. 268.* Reprezentăm grafic mai întâiu cele două parabole date. Ele se intersectează în punctele de abscise $\frac{3}{5}$ şi 1. Aria căutată este:

$$A = \int_{\frac{3}{5}}^{1} [(2x^2 - 2x + 1) - (3x^2 + 6x - 2)]\, dx = \int_{\frac{3}{5}}^{1} (5x^2 - 8x + 3)\, dx =$$

$$= \left| 5\frac{x^3}{3} - 8\frac{x^2}{2} + 3x \right|_{\frac{3}{5}}^{1} = \frac{4}{75} = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{5}\right)^2.$$

V. Gh.

VIII. 276. Ecuaţia tangentei la curba considerată în punctul de abscisă zero este:

$$y - 1 = x.$$

Aria de calculat este:

$$A = \int_0^a (y_1 - y_2)\, dx = \int_0^a [e^x - (x+1)]\, dx = \left| e^x - \frac{x^2}{2} - x \right|_0^a =$$

$$= e^a - \frac{a^2}{2} - a - 1 = \frac{1}{2}(2e^a - a^2 - 2a - 2).$$

Limita lui A pentru $x = \infty$ se prezintă sub forma nedeterminată $\infty - \infty$. Pentru a înlătura această nedeterminare scriem:

$$A = \frac{e^a}{2}\left(2 - \frac{a^2 + 2a + 2}{e^a}\right).$$

Câtul din paranteză are limita zero întrucât aplicând regula lui Hôpital, prin derivări succesive polinomul-numărător ajunge să se anuleze pe când numitorul se reproduce. Avem deci:

$$\lim_{a \to \infty} \frac{e^a}{2} \cdot 2 = \infty.$$

V. Gh.

VIII. 279. Intrucât punctul A este în afara cercului dat, cercul căutat este tangent exterior acestuia. Fie

$$x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$$

ecuaţiunea acestuia în care trebuesc determinaţi parametrii a, b, c în condiţiunile date.

Scriind că cercul trece prin A vom avea:

$$10a + 14b + c + 74 = 0. \tag{1}$$

Scriind apoi că intersecţia dintre cerc şi axa x-lor se face în două puncte confundate, obţinem:

$$c = a^2. \tag{2}$$

Scriind în fine că distanţa între centrele celor două cercuri dat şi căutat, este egală cu suma razelor, se găseşte:

$$\sqrt{a^2 + b^2} = 1 + \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}. \tag{3}$$

Ţinând seamă de (2) şi ridicând odată la pătrat, (3) devine:

$$a^2 = 2b + 1. \tag{4}$$

Inlocuim valoarea lui c precum şi valoarea lui b trasă din (4) în (1) şi găsim în urma tuturor reducerilor ecuaţia:

$$6a^2 + 10a - 81 = 0$$

ale cărei rădăcini sunt:

$$a = \frac{-5 \pm \sqrt{511}}{6}.$$

Calculăm în fine valorile lui c şi b din (2) şi (4). Rezultatul final este:

$$x^2 + y^2 + \frac{-5 \pm \sqrt{511}}{3} x + \frac{250 \mp 5\sqrt{511}}{18} y + \frac{268 \mp 5\sqrt{511}}{18} = 0.$$

Semnele superioare şi inferioare se corespund. Problema are două soluţii.

V. Gh.

Toate clasele. *Exerc. 189.* Dacă $N = a^{\alpha} . b^{\beta} \ldots$ este un număr descompus în factori primi, atunci produsul numerelor prime cu el şi mai mici ca el este (G. M. XXXI, pag. 83):

$$P(N) = \frac{N!\ \Pi\left(\frac{N}{ab}\right)! \ldots \Pi\,(ab)^{\frac{N}{ab}}}{\Pi\left(\frac{N}{a}\right)!\ \Pi\left(\frac{N}{abc}\right)! \ldots \Pi\,(a)^{\frac{N}{a}}} .$$

In cazul nostru avem: $N = 7 . 277$, prin urmare:

$$P(1939) = \frac{1939!\ 1939}{7!\ 277!\ 7^{277} . 277^{7}} = \frac{1938!}{6!\ 276!\ 7^{276} . 277^{6}} .$$

I. L.

T. C. 192. 1) In G. M. XXXII, pag. 48—50 se demonstrează că:

$$n . n!\ n!! \ldots \underbrace{n!!! \ldots !}_{i} < n^{n^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{n}}}}\Big\}\, i} .$$

Făcând $n = 3$ obţinem exerciţiul de mai sus.

2) Direct, se ştie că avem $n! < n^n$ dacă $n > 1$. Atunci:

$$3 . 3!\ 3!!\ 3!!! = 3 . (2 . 3) . (2^4 . 3^2 . 5)\,(720!) = 2^5 . 3^4 . 5 . (720!).$$

Vom înlocui însă pe $2^5\ 3^4 . 5$ cu 3^8, iar $720!$ cu 729^{720}, atunci primul membru al neegalităţei devine:

$$3^8 \times 3^{6 \times 720} = 3^{4328}.$$

Apoi cum ştim că:

$$3^{3^3} = 3^{27} = 27^9 = 19683^3 ,$$

membrul al doilea va fi egal cu: 3^{19083^3}.

In consecinţă se vede că:

$$4328 < 19683^3.$$

I. L.

Până la 10 Martie s'au primit soluțiuni bune pentru exercițiile publicate în numerele 3, 4, 5 și 6 dela[1]):

Liceul de fete „Carmen-Sylva" București.

Clasa IV-a: Mihăescu Ileana (IV: 391), Negură A. Sanda (IV: 383, 401, 7), Zilber Mira (IV: 389, 91, 406, 7). — *Clasa V-a:* Nițulescu Luiza (V: 489), Vasilescu O. Alexandra (V: 475, 80), Vasilescu Georgeta (V: 474*). — *Clasa VI-a:* Bătinescu Carolina (VI: 450*), Vasiliu C. Margareta (VI: 437, 50*, 68). — *Clasa VII-a:* Constantinescu D. Paula (VII: 377*, 403, 4).

Școala Centrală de fete București.

Clasa III-a; Cicei R. Doina (III: 71), Duță Silvia (III: 71), Ionescu Sanda (III: 71), Marcu D. Despina (III: 67, IV: 405, 7, 8), Nicolau S. Paula (III: 71), Posdărescu Ligia (III: 71), Teodorescu Viorica (III: 71). — *Clasa IV-a:* Stănescu Mirela (IV: 392, 405, 6, 7). — *Clasa V-a:* Dumitrescu-Rovinaru V. E. M. (V: 450, 3), Laureanu A. Hedviga (V: 458, 60*, 5), Popescu I. Marilena (V: 466*, 8*, 80, 1, 2). — *Clasa VI-a:* Atanasiu Melania (VI: 450*), Dinu Elena (VI: 450, 3*), Gaster Clara (VI: 450, 3, 9, 71), Georgescu Iulia (VI: 450*), Popeea Maria (VI: 450), Rădulescu Angela (VI: 450*), Șteflea Ana (VI: 450, 3*). — *Clasa VII-a:* Bica I. Ana (VII: 400, 2), Dimitriu A. Antoaneta (VII: 400), Ionescu C. Tatiana (VII: 400, 2), Miu N. Gherghina (VII: 390, 400, 2), Roșca S. I. (VII: 380, 8, 400).

Liceul de fete „Domnița Ileana" București.

Clasa V-a: Abramovici Maria (V: 467), Lazarovici Ravena (V: 453), Țugui Maria (V: 467*).

Liceul de fete „Iulia Hajdău" București.

Clasa IV-a: Marinescu S. Maria (V: 465). — *Clasa V-a:* Agapie Elena (V: 481, 2), Stoia N. Silvia (V: 460, 1, 5, 7).

Liceul de fete „Ion Heliade Rădulescu" București.

Clasa V-a: Popescu G. Coralia (V: 461, 5).

Institutul „Choisy Mangâru" București.

Clasa VII-a: Feher A. (VII: 361, 404).

Institutul de fete „Pompilian" București.

Clasa VI-a: Marinescu Rodica (VI: 450*), Predoleanu Lia (VI: 437, 48, 50*, 3*), Teodorescu N. M. (VI: 455, 7). — *Clasa VIII-a:* Florian Marieta (VIII: 274*).

---

1) Semnul * însoțește numărul unui exercițiu rezolvat foarte bine.

Institutul de fete „Sf. Maria“ (Pitar-Moș) București.

Clasa VI-a: Arendt R. Gemma (VI: 450, 1, 64. 6, 7).

Liceul de fete din Bacău.

Clasa VII-a: Papadopol Elena (VII: 402, 3, T. c.: 195).

Liceul de fete din Câmpina.

Clasa IV-a: Țiței Elena (401*, 5, 6, 7, 8).

Liceul de fete din Focșani.

Clasa III-a: Rădulescu Teodora (III: 57*, 8*, 9*, 60, 1).

Liceul „Oltea Doamna“ Iași.

Clasa III-a: Lăbușcă N. Elena (III: 63, 71). — *Clasa IV-a:* Moise Eliza (IV: 405, 6, 7, 8). — *Clasa VII-a:* Grünberg Susi (VII: 394, 5, 8).

Institutul „Notre Dame de Sion“ Iași.

Clasa IV-a: Apter Signé (IV: 395*), Pârpăriță Maria (IV: 393*, 5*). *Clasa VI-a:* Groholschi Consuela (VI: 464, 70), Grünspan I. Beca (VI: 449), Haimovici Nelli (VI: 449, 64), Kohn Melani (VI: 449, 64).

Liceul „Principesa Elena“ Turnu-Severin.

Clasa V-a: Marincea N. Elena (V: 467). — *Clasa VIII-a:* Câmpeanu I. Elvira (VIII: 278*, 9, 80*, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 90, 1, 2, 4*, 5*, 6, 7, 300, T. c.: 180*, 1, 90, 5).

Liceul „Carmen-Sylva“ Timișoara.

Clasa IV-a: Cosma Hermina (IV: 395, 7). — *Clasa VII-a:* Adler Edith (VII: 384, 400, T. c.: 190), Checian Ana (VII: 400, 1, 2*, T. c.: 190, 3), Domonkos Erika (VII: 386, 400, 1, 4, T. c.: 190, 3). — *Clasa VIII-a:* Szekely Z. A. (VIII: 294, 300).

Liceul „Spiru Haret“ București.

Clasa III-a: Stoian M. (III: 54). — *Clasa IV-a:* Jecu E. (IV: 401, 12), Lipcovici I. (IV: 389, 95, 6, 7, 401, 5), Paulian N. F. (IV: 392, 3, 4, 5, 6, 7*, 400, 1, 2, 3, 5, 6, 12*, 3*, 4, 5, 6*, V: 460, 1, 3*, 5), Teodorescu T. A. (IV: 382, 3, 9, 91, 5*, 7, 401, 5, 7, 14), Urvater M. R. (IV: 401). — *Clasa V-a:* Popescu A. (V: 448, 9, 53). — *Clasa VII-a:* Grigoriu A. D. (VII: 400, 3*), Racoviceanu G. V. (VII: 379), Șeibulescu C. (VII: 390, 1, 402*). — *Clasa VIII-a:* Actarian V. (VIII: 294, 306), Cernovodeanu I. I. (VIII: 272*, 4, 81, 5, 9, 97, 9), Dragomirescu P. C. (VIII: 285, 9), Edeleanu Al. (VIII: 279, 94, 7, 300), Grigorescu S. (VIII: 300), Manole A. D. (VIII: 279, 81, 9), Niculescu S. D. (VIII: 281, 3), Pârșan I. (VIII: 274), Stănculescu M. (VIII: 282, 5, 9, 91), Stern S. (VIII: 264, 85, 9, 90).

Liceul „Gh. Lazăr" Bucureşti.

Clasa V-a: Iliescu-Brânceni C. (V: 490*, 1*, 2*), Lăzărescu C. (V: 448, 50, 9, 84, T. c.: 195). — *Clasa VI-a:* Andonie G. (VI: 464, T. c.: 209*), Friedman B. (VI: 441, 5, 6, 53, 9), Ganea N. (VI: 450*), Krauss R. (VI: 450, 3), Petrescu I. (VI: 451*, 70, 2), Popa I. V. (VI: 428, 9, 56), Obreja V. S. (VI: 455*). — *Clasa VII-a:* Theodoroff S. (VII: 394, 5), Vasilescu-Stabu M. (VII: 367, T. c.: 187, 9, 90*, 1, 3).

Liceul „Mihai Viteazu" Bucureşti.

Clasa VI-a: Marcus B. (VI: 450, 5, 62, 4, 8, 70, 1, 2, 4, 5, T. c.: 186*, 8, 9, 90, 2, 8), Niculescu I. (VI: 450, 1*, 3), Posmantir S. H. (VI: 450, 3, 73, 5, T. c.: 203).

Liceul „Matei Basarab" Bucureşti.

Clasa IV-a: Baron A. (IV: 401), Bercovici L. (IV: 395, 400, 1), Cohn I. (IV: 407), Covrigeanu A. R. (IV: 392, 401), Elias C. (IV: 395), Gelber A. (VI: 395), Herz M. (IV: 389, 405, 6, 7), Klang J. (IV: 386, 9), Nathan D. (IV: 403, 7), Papanide Z. (IV: 392, 400, 5, 7), Şaichin I. (IV: 401, 67), Saiovici E. (IV: 400, 1, 5), Schaffer A. (IV: 405, 7, 8), Segall S. (IV: 392), Tudori E. (IV: 401), Vasilescu G. (IV: 397). — *Clasa V-a:* Vasiliev B. (V: 448, 53, 8). *Clasa VI-a:* Teodoroff A. (VI: 450, 1*, 3, 6).

Colegiul Naţional „Sf. Sava" Bucureşti.

Clasa IV-a: Stoica V. V. (IV: 400). — *Clasa V-a:* Botez V. R. (V: 460, 8*). — *Clasa VI-a:* Ciurescu I. F. (VI: 436, 43, T. c.: 205). — *Clasa VII-a:* Gârneţiu L. (VII: 370), Ghiţescu M. (VII: 390, 400, 2, 3).

Liceul „Titu Maiorescu" Bucureşti.

Clasa VI-a: Gall I. (VI: 472), Niculescu C. M. (VI: 440, 1, 3, 8, 51*, 62, 5, 7, 8, VII: 390, 400, 1, 2, 3, 4), Vlad P. (VI: 449). — *Clasa VII-a:* Călin P. I. (VII: 390).

Institutul „Schewitz Thierrin" Bucureşti.

Clasa VI-a: Ghigheanu I. I. (VI: 450, 5, 70), Ghigortz E. (VII: 377), Mărgărit I. N. (VI: 450: 3*, 5*, 6, 67*, 70). — *Clasa VII-a:* Gamulea I. R. (VII: 402*, 3), Leibovici W. (VII: 404), Rizescu D. H. (VII: 402, 4), Sigmund I. (VII: 367), Slavici M. D. (VII: 402, 3, 4).

Liceul „Gh. Şincai" Bucureşti.

Clasa IV-a: Burciu I. A. (IV: 401, 2), Chiru G. (IV: 393, 401), Constantinescu E. (IV: 392, 5*, 400), Pârvulescu V. C. (IV: 395, 6*, 400, 1, 5), Pascu C. (IV: 392, 5, 400, 1, V: 460), Schwartz I. (IV: 392, 400). — *Clasa V-a:* Nissim M. A. (V: 450*, 1, 3, 8).

Liceul „Mihail Eminescu" Bucureşti.

Clasa V-a: Aron I. G. (V: 459, 60, 2, 3, 6*, 9, 70, 3*, 4, 6, 80), Nadolu G. (V: 433, 50). — *Clasa VII-a:* Leibovici S. (VII: 399, 407, T. c.: 190, 3).

Liceul „Aurel Vlaicu" Bucureşti.

Clasa V-a: Mănescu I. (V: 448, 9, 74). — *Clasa VII-a:* Sipiceanu M. (VII: 408).

Liceul „Sf. Andrei" Bucureşti.

Clasa V-a: Ganea M. M. (V: 448*, 67, 8), Schenk M. E. (V: 453, 71, 2). — *Clasa VI-a:* Eşanu I. (VI: 446), Ştefanovici I. M. (VI: 437, 45, 71).

Liceul „Sf. Iosif" Bucureşti.

Clasa VI-a: Vasilescu I. (VI: 453).

Liceul „Profesorii Asociaţi" Bucureşti.

Clasa VI-a: Marcussohn O. (VI: 450, 3).

Liceul „Moise Nicoară" Arad.

Clasa III-a: Fântânaru A. T. (III: 57*, 9*), Mălăieş I. (III: 67), Negrău I. (III: 71), Omescu I. (III: 60). — *Clasa IV-a:* Ardelean F. M. (IV: 396, 8, 9, 405, 6), Grozescu T. (IV: 384, 9, 91, 450*), Nistor I. I. (IV: 413*), Popa Th. (IV: 391, 405, 6), Popovici T. (IV: 406, 11, 3*). — *Clasa V-a:* Cristea D. V. (V: 475), Turicu T. O. (V: 458, 69). — *Clasa VI-a:* David E. (VI: 445), Gligor N. I. (VI: 412, 44, 9, 59. 64, 70, T. c.: 195), Luca I. I. (VI: 441, 3, 4, 70, T. c.: 195), Pop I. V. (VI: 440*, 64), Simon P. (VI: 440, 1, 3, 4, 5, 6, 51*, 3*), Teodorescu I. I. (VI: 440, 5, 64, 70). — *Clasa VIII-a:* Arcan I. (VIII: 262), Borneas M. (VIII: 281, T. c.: 180, 2), Mureşan I. O. (VIII: 281), Pribac Gh. (VIII: 279*, 82).

Liceul „Regele Ferdinand I" Bacău.

Clasa IV-a: Mareş C. (IV: 391). — *Clasa VI-a:* Leru O. (VI: 446), Racoviţă A. A. (VI: 437, 45, 50, 69).

Liceul „Codreanu" Bârlad.

Clasa IV-a: Spanache S. P. (IV: 392). — *Clasa VII-a:* Ursache A. (VII: 384). — *Clasa VIII-a:* Demetrescu D. (VIII: 262).

Liceul „Samuil Vulcan" Beiuş.

Clasa VIII-a: Todoran G. (VIII: 262).

Liceul „Sf. Vasile“ Blaj.

Clasa IV-a: Suciu C. (IV: 405). — *Clasa V-a:* Botoiu G. (V: 458), Pop O. E. (V: 459, 60, 5), — *Clasa VII-a:* Berghezan I. A. (VII: 390), Borzea I. A. (VIII: 390, 402), Cristea I. N. (VII: 402, 3), Oprișa N. (VII: 402), Păcală I. I. (VIII: 390), Puia Ș. E. (VIII: 402), Puşcaş V. A. (VII: 390, 402), Togănel T. (VII: 402, 3). — *Clasa VIII-a:* Herman C. (VIII: 262).

Liceul „A. T. Laurian“ Botoşani.

Clasa VI-a: Munteanu N. F. (VI: 443, 6, 50, 64, 7*, 8, 70, 1, T. c.: 195), Solomon I. (VI: 450, 3). — *Clasa VIII-a:* Mazilu D. (VIII: 262).

Liceul „N. Bălcescu“ Brăila.

Clasa V-a: Crăciunescu M. (V: 474, 5, 80, 1, 2), Rădulescu P. S. (V: 474, 5, 80, 1), Răiculescu (V: 474, 5), Stănescu A. (V: 474, 5, 81, 2). *Clasa VI-a:* Bălănescu F. V. (VI: 437, 41) — *Clasa VII-a:* Trefilov M. (VII: 394, 5).

Liceul „Andrei Şaguna“ Braşov.

Clasa IV-a: Laurenţiu L. M. (IV: 403), Maximilian L. (IV: 392, 3, 5, 6, 7, 401, 5), Neguţ I. (IV: 383, 91), Olteanu A. (IV: 372, 401), Szabo I. V. (IV: 405, 6). — *Clasa V-a:* Rogozea I. (V: 458). — *Clasa VI-a:* Badea A. I. (VI: 456). — *Clasa VII-a:* Băncilă I. A. (VII: 367, 70, 9. 80, 1), Rosenzweig S. M. (VII: 379, 80). — *Clasa VIII-a:* Cojanu A. (VIII: 288, 92, 4, T. c.: 187), Prişcu I. R. (VIII: 294).

Liceul „Dr. I. Meşotă“ Braşov.

Clasa III-a: Dumitrescu O. (III: 65), Pipa I. N. (III: 59). — *Clasa VII-a:* Băncilă A. (VII: 367, 70).

Liceul de băeţi din Buftea.

Clasa V-a: Tutunaru G. (V: 401).

Liceul „B. P. Hajdeu“ Buzău.

Clasa VI-a: Iorgulescu F. (VII: 436, 45, 6, 50*, 3*, 6, 72*, 3*, VIII: 383, T. c.: 209), Nicolau G. C. (VI: 437, 45, 53*).

Liceul „Ştirbei Vodă“ Călăraşi.

Clasa IV-a: Rădulescu V. N. (IV: 372, 89, 90). — *Clasa VI-a:* Ionescu V. (VI: 432, 53), Niţoiu I. (VI: 432, 53*). — *Clasa VII-a:* Ulescu P. (VII: 366).

Liceul „Ioniţă Asan“ Caracal.

Clasa V-a: Ionescu G. I. (V: 458). — *Clasa VIII-a:* Petresgu N. T. (VIII: 262).

Liceul „D. Ştirbei“ Câmpina.

Clasa III-a: Beloiu N. (III: 48, 51, 4, 6). — *Clasa V-a:* Beloiu C. (V: 424, 33, 45, 6, 8, 9, 50, 8, 66, 7). — *Clasa VI-a:* Lungescu T. G. (VI: 455*, 7), Rottenstein S. (VI: 428, T. c.: 163, 4). — *Clasa VII-a:* Bistriceanu A. (VII: 382), Capătă G. (VII: 382), Guess I. (VII: 366, 82), Ionescu V. (VII: 382), Mihăilescu C. C. (VII: 366, 7, T. c.: 168), Molnar M. (VII: 382), Popescu S. (VII: 382), Păunescu V. (VII: 380, 2), Socolescu M. (VII: 380, 1), Vinţescu I. (VII: 380, 2).

Elevii particulari ai liceului din Câmpina.

Clasa IV-a: Ruemele M. (IV: 405, 6).

Liceul militar „Ştefan cel Mare“ Cernăuţi.

Clasa III-a: Nicolaescu I. (III: 67), Staicu A. (III: 62*, 7, IV: 352). *Clasa IV-a:* Antonescu D. (IV: 392), Cătinescu N. (IV: 393*), Ispas C. Ş. (IV: 389), Moscu N. (IV: 389), Pleşu L. (IV: 389, 94, 401, 5, 6, 7), Stănescu C. (IV: 389). — *Clasa V-a:* Adam N. (V: 458), Bojin D. (V: 458, 65, 7, 75), Caulea A. (V: 433, 5, 75), Chiriacescu P. (V: 458, 75, 7, 9*), Cojocea Gh. (V: 465, 7), Constantinescu P. (V: 458), Diaconescu V. C. (V: 435, 58, 65, 7, 75, 6, 7, 8, 80, 1, 2), Dimitriu R. (V: 433, 58, 65, 7), Dinescu A. (V: 433, 58), Dumitrescu G. (V: 458), Holea T. (V: 458, 65, 73*), Horia I. (V: 457, 65, 7, 77), Irimescu D. P. (V: 458, 65, 75, 7, 8, 82), Ivan D. H. (V: 433, 58), Marcean N. (V: 458, 67), Mircea Gh. (V: 433, 5, 58, 63, 4, 5, 7, 75, 6, 7, 8), Nicolae I. (V: 458, 65), Nicolau F. (V: 433, 65, 7), Slătinescu V. C. (V: 458, 67), Topârceanu G. (V: 433, 5, 58, 65, 7), Vâlceanu A. (V: 458), Vişan T. (V: 458, 65, 7), Vlădescu G. (V: 458, 65, 7, 75, 6, 7), Zavati C. (V: 465, 7, 75). — *Clasa VII-a:* Bărbieru V. V. (VII: 400, 1, 2, 3), Botez D. T. (VII: 402), Cotulbea I. C. (VII: 367, 400, 1, 3), Dovgan V. G. (VII: 400, 1, 2, 3), Gviazdomorschi E. R. (VII: 382, 9, 400, 1, 2, 3), Iliescu G. R. (VII: 402), Ionescu D. S. (VII: 400), Ianculescu I. E. A. (VII: 400, 1, 2, 3), Moisii G. I. (VII: 400, 1, 2), Petrescu V. M. (VII: 400, 1, 2, 3), Sulţeanu C. C. (VII: 400, 1, 2, 3), Tutoveanu R. A. (VII: 400, 1, 2, 3). — *Clasa VIII-a:* Metz D. (VIII: 262).

Liceul „Mitropolitul Silvestru“ Cernăuţi.

Clasa IV-a: Cenuşă T. G. (IV: 384, 8), Cortuşan V. (IV: 383, 4), Georgescu C. (IV: 383, 4, 8), Volschi L. A. (IV: 382, 4, 91, V: 425, 52, 3, 4, 5). — *Clasa VIII-a:* Balan D. (VIII: 262, 72, 3, 4).

Liceul „Aron Pumnul“ Cernăuţi.

Clasa III-a: Timotin A. (III: 48). — *Clasa VII-a:* Sbiera M. A. (VII: 367, 76, 7, 81, T. c.: 182).

Liceul militar „Regele Ferdinand I" Chișinău.

Clasa III-a: Grigoriu M. (III : 58). — *Clasa IV-a:* Antohi I. V. (IV : 401), Frunză V. (IV : 409), Gavrilescu M. (IV : 392, 409), Gherman A. (IV : 401, 66), Herju Gh. (IV : 409), Ioachimescu L. (IV : 408), Mașinschi A. (IV : 392), Pavelescu N. (IV : 401, 9, 11), Popescu O. (IV : 405), Popescu Ș. (IV : 405), Voicu Gh. (IV : 394, 5, 6*, 7, 401, 2, 9, 11). — *Clasa V-a:* Cristea C. : (V : 458, 65, 7), Grătianu I. R. (V : 459, 65), Horia V. (V : 449, 51, 67, 8, 75, 89), Miroslav T. (V : 448, 50, 8, 63, 6, 73, 4, 5), Pacioglu C. C. (V : 433, 51, 3, 9, 60, 1, 3, 5, 8), Petrea Gh. (V : 466, 7). — *Clasa VI-a:* Ilie I. N. (T. c. : 195), Ionescu M. C. (T. c. : 195), Petcu V. (VI : 402, 3), Toma I. V. (VII : 391).

Liceul „Gh. Barițiu" Cluj.

Clasa IV-a: Balu I. (IV : 403, 5, 7), Vonica D. (IV : 389, 91). — *Clasa VII-a:* Jarda S. T. (T. c. : 193), Richter S. A. (VII : 398).

Seminarul Pedagogic Universitar Cluj.

Clasa V-a: Lucaci L. P. (V : 465). — *Clasa VI-a:* Petru P. V. (VI : 437, 43, 4, 5, 6). — *Clasa VIII-a:* Florian T. (VIII : 294, 300*), Popescu T. (VIII : 300, T. c. : 193).

Liceul „Mircea cel Bătrân" Constanța.

Clasa V-a: Pătrășcanu I. N. (V : 475), Sotiriu H. T. (V : 433, 48* 50, 1, 2, 3, 4, 5, 8).

Liceul militar „D. A. Sturdza" Craiova.

Clasa III-a: Cioroianu M. (III : 48), Udrea C. I. (III : 62, 7). — *Clasa IV-a:* Anchescu M. (IV : 395), Bădescu F. (IV : 396, 400, 2, 4, 5), Băldescu V. (IV : 402), Botezatu T. (IV : 402), Coșereanu C. (IV : 406), Dinculescu N. (IV : 392, 402, 4, 5), Dinuleanu N. (IV : 393), Duduță T. (IV : 402), Ghirno N. M. (IV : 401), Ionașcu F. (IV : 402), Mareș E. (IV : 396, 402), Marinescu I. (IV : 401, 2), Oprescu D. M. (IV : 402), Polizu A. (IV : 402), Procopie C. (IV : 396), Sinescu V. P. (IV : 401), Stinghe M. (IV : 403), Vilaia G. (IV : 402, 5). — *Clasa V-a:* Arnăutu I. (V : 465), Bărbuceanu V. V. (V : 465, 75), Ceaușu V. (V : 466), Cercel C. (V : 460), Ciuhureanu N. P. (V : 453, 4, 5), Diaconu D. A. (V : 460, 7), Diaconu I. (V : 458), Drăgan Z. (V : 465), Drăghicescu P. P. (V : 452, 5, 70), Dunăreanu-Ionescu O. (V : 478), Eliade V. (V : 452, 3, 4), Grădinescu E. (V : 454), Mateescu A. (V : 465, 75), Marinescu M. (V : 450, 67), Mateescu B. C. (V : 460), Morait I. R. (V : 460), Nedelea F. I. (V : 450, 62), Oprea A. (V : 452, 3, 4), Pașoi D. (V : 467), Savin I. R. (V : 460), Simion Gh. (V : 474*), Stamate A. (V : 453, 4, 5), Stănică I. (V : 475), Steluța T. (V : 467), Tomescu P. (V : 458, 60), Udrea I. (V : 448*, 60), Virgil I. (V : 450), Vlăsceanu I. (465, 6), Zaharia S. (450, 75). — *Clasa VI-a:* Bârzu G. V. (VI : 444, 61). — *Clasa VIII-a:* Lupu I. G. (VIII : 287, 90, 7).

Liceul „Frații Buzești" Craiova.

Clasa III-a: MARIAN D. (III: 61, 7). — *Clasa V-a:* IONESCU S. T. (V: 453). — *Clasa VII-a:* MARIAN I. (VII: 382, 90), SANDU I. (VII: 377).

Colegiul Național „Carol I" Craiova.

Clasa VII-a: SANDU G. I. (VII: 379, 80, 1, 2, 4), — *Clasa VIII-a:* CETATE C. (VIII: 305), GEORGESCU B. (VIII: 262, 9).

Liceul „Unirea" Focșani.

Clasa V-a: IOSIPESCU C. I. (V: 463, 5). — *Clasa VIII-a:* ILICA P. L. (VIII: 279, 90, 300), TURTOIU F. (VIII: 290, 6*).

Liceul „Ion Maiorescu" Giurgiu.

Clasa VII-a: CHERȚMAN M. (VII: 382, 3, 95).

Liceul Internat „C. Negruzzi" Iași.

Clasa IV-a: BALANDRA R. (IV: 402*, 5, 7, 8). — *Clasa V-a:* ILARIAN A. F. (V: 435, 60, 1, 78, 80, 1, 2), MANOLACHE M. (V: 465), MANOLIU G. V. (V: 475), NICULIN V. C. (V: 467, 75, 84*, 5*), RABINSCHI N. (V: 465, 7), TACHE D. (V: 467), TELEANU I. (V: 465).— *Clasa VI-a:* BARBAIANI A. I. (VI: 425, 6, 8, 9, 36, 7, 40, 1, 3, 4, 5, 6, VII: 377 T. c: 175, 6, 9, 80, 1, 2). — *Clasa VII-a:* ENESCU I. N. (VII: 380, 95).

Liceul „Național" Iași.

Clasa IV-a: ANTOHI I. I. (IV: 401), ARHIP M. E. (IV: 413*, 6*), CALIMACHI G. H. (IV: 401, 5, 6), DAVIDOVICI I. (IV: 401), DIMA V. C. (IV: 393, 401, 5, 6, 7, 8), ENGLER A. (IV: 405, 6, 7, 8), GLASMAN C. (IV: 392, 3, 5, 6, 402, 6), GROHOLSCHI G. S. (IV: 389, 91, 6, 401, 3, 5, 6, 7, 9), HOLTMAN C. (IV: 401), IANCU C. (IV: 393), IDELOVICI I. (IV: 372, 89, 90), LATEȘ I. M, (IV: 386, 405, 7, 8), LĂUDAT C. (IV: 405), MARINESCU P. N. (IV: 392, 405, 6, 7, T. c.: 205), MELCU T. S. (IV: 384), MIHAIL G. D. (IV: 405, 6, 14), MORARU C. (IV: 395, 401), MOSCOVICI A. (IV: 395, 6), NACHT S. (VI: 389, 91, 6, 401, V: 465, 7), ORNSTEIN L. S. (IV: 414), PETRESCU O. (IV: 405, 6), POPOVICIU S. S. (IV: 393, 401, 5, 13), SAPSA L. P. (IV: 401), SCHACHTER M. (IV: 395), SCROB C. (IV: 396, 465, 7), SUCEVEANU C. G. (IV: 401, 5, 6, 13, 4, 5, 6), TACHE D. (V: 467), TELEANU I. (V: 465), THEITLER C. (IV: 389, 93, 5, 6, 401, V: 465, 7), TURCULEȚ C, (IV: 383, 91, 2, 3, 5, 6, 7*, 405, 6, 7, 12, 3, 6), ULEA S. (IV: 392, 401, 5, 7, 8), WEISS G. (IV: 406, 8). — *Clasa V-a:* BLUMENFELD H. D. (V: 448, 9, 58, 66, 7), BUCHMAN G. D. (V: 459, 60, 5, 6, 7), WECHSLER I. M. (V: 450). — *Clasa VI-a:* ARONOVICI I. (VI: 446). — *Clasa VII-a:* CIUGULESCU R. V. (VII: 377, 90, 1, 400, T. c.: 190), COROIU P. M. (VII: 400, 2), MEIU G. G. (VII: 377, 90, 5, 400, 1, 2, 3), ROLLEA V. (VII: 366, 83, T. c.: 190), ROSENRAUCH F. (VII: 395, 404), SRAIBMAN S. (VII: 366).

Liceul militar „General Makarovici“ Iași.

Clasa IV-a: Bucur N. G. (IV: 405, 7), Cosloschi M. (IV: 400, 1, 8), Dogaru I. (IV: 405, 7), Fotescu S. (IV: 473, 4, V: 475, 6, 7), Gheorghiu T. (IV: 405, 6, 7), Iftode C. (IV: 400), Jipa A. (IV: 401), Lăzărescu I. (IV: 405, 7), Mateescu G. (IV: 401), Milea C. C. (IV: 405, 6, 7), Palade V. M. (IV: 392, 5, 405, 7), Popescu S. V. (IV: 400, V: 460), Teodoru M. (IV: 401). *Clasa V-a:* Beloiu C. (V: 474, 5), Bogdan G. (V: 460), Ciuhureanu P. V: 461, 3*), Costică D. P. (V: 451), Dărângă P. (V: 474), Drăghicescu P. P. (V: 451, 63, 5, 7), Grădinescu E. (V: 460, 5, 74), Iacomi D. M. (V: 463, 5, 7, 73, 6), Iliescu T. (V: 474, 5), Ionescu M. (V: 450), Jipa C. N. (V: 465), Oprea A. (V: 460, 5, 75), Pârlog Ioan (V: 474), Popa A. (V: 451, 65), Popoviciu D. M. (V: 473*, 5, 6, 7), Savin P. (V: 480).—*Clasa VI-a:* Arabi E. (VI: 456), Aurel I. (VI: 449), Bârzu G. V. (VI: 449, 57, 66, 7*), Bosinceanu D. (VI: 449), Lăbușcă I. (VI: 449, 56), Niculescu C. (VI: 456), Pintilie I. (VI: 432, 7). — *Clasa VII-a:* Constantin P. (VII: 398, 404), Crăciun I. I. (VII: 398, 404), Crețu P. D. (VII: 398), Gheorghiu P. (VII: 398, 402, 3), Huianu I. (VII: 404), Jareghie V. I. (VII: 398, 402, 3, 4), Jiletcovici G. A. (VII: 395, 8, T. c.: 191), Mironescu D. (VII: 398), Naforniță D. (VII: 398, T. c.: 190, 1), Pascaru C. (VII: 390, 8), Petre V. I. (VII: 398), Petrescu Achile (VII: 398), Popa D. M. (VII: 404), Potopeanu G. (VII: 398, 404), Prigoreanu G. (VII: 398, 402, 3), Rohr I. A. (VII: 398), Ștefănescu L. (VII: 390, 402, 3).

Liceul militar „N. Filipescu“ Mânăstirea Dealu.

Clasa IV-a: Athanasescu S. (IV: 389, 96, 405, 7, 8), Anastasescu A. (IV: 389), Barbici I. (IV: 394*, 403, 5), Bunescu I. (IV: 394), Burș I. (IV: 90, 7, 406, 13, 5, 6), Brătășeanu C. (IV: 390), Filipidescu M. (IV: 372), Gheorghiu M. (IV: 395, 408), Gusti St. (IV: 389, 96), Iordănescu P. (IV: 372, 89, 90, 408), Ionescu F. (IV: 389), Neagu M. (IV: 394, V: 483), Niculae A. (IV: 394), Nogacevschi I. (V: 467), Pârligras T. (IV: 394, 407), Petrescu S. (IV: 389, 405, 7, 8), Popa M. (IV: 389, 92, 406), Popescu P. (IV: 392, 6), Rădulescu S. (IV: 392, 6), Săveanu I. (IV: 389, 92, 401, 3, 13, 5, 6), Stoianovici Ș. (IV: 382, 90, 401, 12*, 3, 5, 6, V: 475), Stroe G. (IV: 372, 89, 92), Țincu lescu C. (IV: 396), Viecelli A. (IV: 390, 3, 405, 7), Vlădoianu R. (IV: 389, 90, 407). — *Clasa V-a:* Aldea V. V. (V: 424, 59, 60, 5, 7, 8, 78, 80, 1, 2), Antonescu M. (V: 424, 33, 58), Arendt R. E. (V: 458. 9, 60, 8), Crăciunescu I. M. (V: 459, 60, 1, 8), Dumitrescu G. D. (V: 460, 1), Florești eanu D. A. (V: 458, 9, 60*, 1, 5, 7, 8), Gheorghe M. (V: 423, 4, 48, 58, 9, 60, 1. 3, 5, 7, 8, 74, 5, 81, 5, VI: 429), Hristescu I. I. (V: 459, 60, 1, 5, 7, 8, 78, 81, 2), Ionescu-Berechet A. (V: 424, 65). — *Clasa VI-a:* Bărbulescu M. V. (VI: 468), Bârlea-Suhățeanu V. (VI: 449*, 55, 64, 70, 2, 3, VII: 377*), Beștoiu N. (VI: 468, T. c.: 195), Boeru C. A. (VI: 465, 6, 7, 8, T. c.: 195), Chintescu M. M. (VI: 440, 51*, 66, 72, 3, T. c.: 181), Cristescu E. V. (VI: 455), Dragomir A. (VI: 466, 9), Georgescu C. F. (VI: 468), Nicolaescu I. M. (VI: 437, 40, 53), Predoiu N. (VI: 446, 68, 72, 3*, T. c.: 195), Pleșea C. (VI: 446, 71), Șerban C. (VI: 447, 9, 50*, 3). — *Clasa VII-a:* Staicu N. (VII: 383), Stoenescu M. (VII: 367).

Gimnaziul mixt Orşova.

Clasa III-a: Curcă M. I. (III: 71).

Liceul „Petru Rareş" Piatra-Neamţ.

Clasa VI-a (elev particular): Călin G. I. (VI: 436, 7, 41, 3, 4, 5, 6, T. c.: 180, 1, 2).

Liceul „I. C. Brătianu" Piteşti.

Clasa IV-a: Aurelian T. (IV: 405, 7), Popescu G. M. (IV: 383, V: 453), — *Clasa V-a:* Dumitrescu M. (V: 458).

Liceul „Sf. Petru şi Pavel" Ploeşti.

Clasa VII-a: Constantinescu N. N. (VII: 391, 5, 402, 3, 7, 8*, 15), Sarafian A. (VII: 395), Turtoiu S. (VII: 366), Vasilescu G. (VII: 366, 82, 91)

Liceul „Alex. Lahovari" Râmnicul Vâlcea.

Clasa V-a: Florescu V. I. (V: 453). — *Clasa VI-a:* Pietreanu I. T. (T. c.: 195).

Liceul agricol „Regele Carol II" Salonta.

Clasa V-a: Frenţiu P. (V: 433, 58).

Liceul „Gh. Lazăr" Sibiu.

Clasa VI-a: Stănculescu E. (VI: 455*, 68).

Liceul „Principele Nicolae" Sighişoara.

Clasa VI-a: Deac C. C. (VI: 438, 9*, 41, 5, 56). — *Clasa VII-a.* Roşală I. Gh. (VII: 398, 404).

Şcoala normală „Spiru Haret" Târgu-Jiu.

Clasa III-a: Cotocu N. I. (III: 67).

Liceul „Tudor Vladimirescu" Târgu-Jiu.

Clasa V-a: Dănău C. C. (V: 465). — *Clasa VII-a:* Bărbulescu Gh. (VII: 390, 402, 3).

Liceul „Papiu Ilarian" Târgu Mureş.

Clasa III-a: Buzdugan V. (III: 60), Lazăr G. N. (III: 60), Lazło A. (III: 60), Maniu Laurenţiu (III: 60), Maniu Liciniu (III: 60), Paicu S. D. (III: 60). — *Clasa IV-a:* Abraham E. (IV: 382).

Liceul militar „Mihai Viteazul“ Târgu-Mureș.

Clasa III-a: Cergău L. (III: 71), Firu G. (III: 67), Gâlceavă M. I. (III: 37, 63*, 71), Mihalcu I. (III: 67), Teodorescu C. (III: 67). — *Clasa IV-a:* Boulescu V. (IV: 400), Cipinoc T. C. (IV: 372, 401, 5, 7), Ionescu A. (IV: 406), Mateucă F. (IV: 406, 8), M:clea N. M. (IV: 400, 6), Neamțu M. (IV: 401), Nicolescu G. (IV: 407), Niculescu T. (IV: 405, 7, 13), Oprea G. (IV: 372, 406, 7), Pântea T. C. (IV: 405), Șoancă N. (IV: 405), Vladislav C. (IV: 391). — *Clasa V-a:* Amzică A. (V: 459, 60), Coman I. L. (V: 458, 9, 61, 5), Munteanu N. (V: 459, 60, 1, 5, 8*), Ordeanu M. (V: 459, 60, 3*, 89*), Rădulescu T. I. (V: 459, 60, 1, 4, 5, 7), Văduva D. (V: 460, 1), Vizireanu St. (V: 459, 63*), Zaharia V. G. (V: 458, 60, 1, 3*, 5, 8*). — *Clasa VI-a:* Constantinescu S. M. (VI: 456), Jolondcovschi N. V. (VI: 428), Marinescu V. D. (VI: 427, 8, 9, 54, 5*), Sotirescu N. (VI: 450, 1), Stoian V. (VI: 446). — *Clasa VII-a:* Mărgelatu G. T. (VII: 402, 3), Mihăilescu D. D. (VII: 377*, 98, T. c.: 195), Mironescu T. D. (VII: 398, 402, 3), Pănoiu I. (VII: 367*, 402, 3), Paraipan N. C. (VII: 402, 3), Pop G. I. (VII: 402, 3, 4), Topalescu S. G. (VII: 384, 98, 402, 3, 4, T. c.: 182, 92, 5, 6).

Liceul „D. A. Sturdza“ Tecuci.

Clasa III-a: Cârlea I. N. (III: 57, 8). — *Clasa VII-a:* Căpraru T. T: (VII: 367, 76, 9, 80, 2, 402, T. c.: 180, 1).

Liceul „C. Diaconovici Loga“ Timișoara.

Clasa IV-a: Iosif P. (IV: 393), Niculescu T. A. (IV: 393, 4, 5*, 6*, 7*, 401), Rădoiu N. N. (IV: 393, 5, 6, 7, 401). — *Clasa VI-a:* Bakoni C. (VI: 443, 4, 8, 57, 8*).

Liceul „Regele Ferdinand“ Turda.

Clasa IV-a: Rusu I. M. (IV: 372, 83, 4, 92).

Liceul „Sf. Haralambie“ Turnu-Măgurele.

Clasa IV-a: Caragea I. N. (IV: 395, 401), Popescu E. T. (IV: 401), *Clasa V-a:* Olteanu P. R. (V: 460, 1, 7). Petrescu C. T. (V: 461, 5), Popescu A. P. (V: 448, 58, 61, 5). — *Clasa VII-a:* Stoga D. M. (VII: 390, 1, 400, 2, 3).

Liceul „Traian“ Turnu-Severin.

Clasa V-a: Boltașu I. (V: 435), Bubulete S. (V: 467), Iorgulescu M. (V: 480), Obădescu G. G. (V: 465, 74, 5, 80). — *Clasa VI-a:* Bengulescu C, A. (VI: 437, 53), Cruceru G. C. (VI: 449, 55*, 64*, 6*, VII: 403, T. c.: 190). Glogojeanu M. (VI: 426), Mihail I. G. (VI: 425, 38, 41, 59, 66*, 7*, 8, 9, 70, 1, T. c.: 190, 3, 5), Uidilă I. (VI: 426). — *Clasa VIII-a:* Gherginescu V. R. (VIII: 280, 6, 8, 91, 304), Ördögh L. (VIII: 272, 88), Zaharia C. P. (VIII: 290).

EXERCIȚII PROPUSE

Soluțiile exercițiilor propuse în acest număr se primesc până la 1 Iulie 1939

Clasa III-a. *Exerc. 77.* Fie un cerc O și A, B, C vârfurile triunghiului echilateral înscris în acest cerc. Descriem arcul BC, având centrul în punctul A și raza $\overline{AB}$. Tot așa descriem arcul AC, având centrul în B, iar raza $\overline{BC}$ și apoi desenăm arcul AB, având centrul în C și raza $\overline{CB}$.

Se dă raza cercului O egală cu *4 dm* și se cere să se afle aria triunghiului format de arcele AB, BC, CA.

GH. D.

III. 78. Notăm cu A, B, C, D, E, F vârfurile exagonului regulat, înscris în cercul O de rază *4 m.* Fie M mijlocul arcului CD. Construim arcul OA cu centrul în punctul B, iar raza egală cu $\overline{OB}$; apoi construim arcul OF cu centrul în E și raza egală cu $\overline{OE}$. Ducem coardele $\overline{MA}$, $\overline{MF}$. Să se calculeze aria cuprinsă între arcele OA, OF și coardele MA, MF.

GH. D.

III. 79. Un dreptunghiu ABCD are baza $\overline{BC} = \frac{16}{3}$ m și înălțimea $\overline{AB} = 4$ m. Perpendiculara coborîtă din A pe diagonala $\overline{BD}$ taie latura $\overline{BC}$ în punctul E.

Să se calculeze aria triunghiului ABE.

G. D. S.

III. 80. Se construiește un patrat cu latura 1 cm; pe diagonala lui se construiește alt patrat; pe diagonala acestuia al treilea patrat și așa mai departe. Diagonala patratului al doilea are 2 cm; diagonala patratului al 4-lea are 4 cm; ș. a. m. d.

N. M.

III. 81. Se construiesc două cercuri (O) şi (I) secante în punctele A şi B şi astfel că cercul (I) trece prin centrul O. Dreapta centrelor OI taie a doua oară cercul I în E, iar cercul O în punctele C şi D. Fie F şi G punctele unde dreptele EA şi EB taie tangenta în C la cercul O. Fiind date razele celor două cercuri $\overline{OC} = 15\,cm$ şi $\overline{IE} = 20\,cm$, să se calculeze *aria* şi *perimetrul* triunghiului EFG.

O. N. Ţ.

Clasa IV-a. *Exerc. 422.* Distanţa dintre un sat şi un oraş este 41 km. Un om porneşte dela sat la oraş. Merge 3 ore, apoi se urcă într'o trăsură şi mai merge încă $2\frac{3}{4}$ ore până ce ajunge la oraş. Un biciclist ajunge dela sat la oraş în $2\frac{24}{29}$ ore, având viteza egală cu viteza omului, plus viteza trăsurii.

Să se afle viteza cu care a mers omul, apoi viteza trăsurii.

GH. D.

IV. 423. O piramidă regulată VABCD are ca bază patratul ABCD. Latura patratului este a şi unghiul plan corespunzător diedrului făcut de o faţă cu baza este de 60^0.

Se cere să se afle volumul şi aria laterală a piramidei.

Aplicaţie:

$$a = 4dm.$$

GH. D.

IV. 424. Un corp este format dintr'o prismă dreaptă cu baza patrată prelungită cu o piramidă regulată având baza comună cu prisma, iar înălţimea aceeaşi ca şi la prismă: $8\,dm$. Cunoscând volumul acestui corp, de $1536\,dm^3$, se cere să i se calculeze aria totală.

G. D. S.

IV. 425. Să se rezolve sistemul:

$$\frac{1}{2}\left[\frac{x-3}{3}+\frac{y-5}{5}\right]=\frac{1}{3}-\frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{2}\left[\frac{x-3}{5}-\frac{y-5}{3}\right]=\frac{1}{3}+\frac{1}{5}.$$

N. M.

IV. 426. O piramidă SABCD, cu baza ABCD dreptunghiu, are muchiile laterale egale cu diagonala dreptunghiului de bază. Dacă lățimea dreptunghiului de bază este $\frac{2}{3}$ din lungimea lui, să se exprime suprafața totală și volumul piramidei în raport cu lățimea dreptunghiului.

O. N. Ț.

IV. 427. O piramidă SABCD, cu baza ABCD un trapez, ce poate fi înscris într'un cerc cu raza de *15 cm*, și la care distanțele celor două baze paralele la centrul cercului sunt proporționale cu numerele *3* și *4*, are muchiile laterale egale cu diagonalele trapezului de bază.

Știind că înălțimea trapezului este de *21 cm*, să se calculeze suprafața și volumul piramidei.

O. N. Ț.

VI. 428. O piramidă SABCD are baza ABCD un trapez isoscel cu baza mare $\overline{AB}$. Știind că:

$$\overline{SA} = \overline{SB} = \overline{SC} = \overline{SD} = \overline{AC} = \overline{BD},$$

că diferența celor două baze ale trapezului este *2 cm*, că *ariile* celor două triunghiuri formate de dreptele diagonalelor cu bazele sunt în raportul $\frac{9}{16}$ și că aria trapezului de bază este egală cu *49 cm²*, să se calculeze suprafața și volumul piramidei SABCD.

O. N. Ț.

IV. 429. O piramidă triunghiulară SABC are unghiurile fețelor laterale $\widehat{ASB}$, $\widehat{BSC}$, $\widehat{CSA}$ drepte.

Știind că ariile celor trei fețe laterale sunt a^2, b^2, c^2 să se calculeze înălțimile bazi ABC și distanța acestei baze la vârful S.

O. N. Ț.

IV. 430. Adăugând 2 la cateta unui triunghiu dreptunghiu, obțin cealaltă catetă; scăzând 3, obțin raza unui cerc în care patratul înscris are latura cât ipotenuza triunghiului dreptunghiu.

Să se afle aria triunghiului dreptunghiu, înălțimea și proiecțiile catetelor pe ipotenuză.

C. I. B.

IV. 431. Să se rezolve sistemul:

$$\frac{5}{6}\left(x-\frac{7x-3y}{2}\right)-\frac{2}{3}\left(2-\frac{1-2x}{4}\right)=\frac{5}{12}\left(y-\frac{x+2}{5}\right)$$

$$\frac{1}{3}\left(2x-y-\frac{x-5}{2}\right)-\frac{5}{9}\left(3-\frac{x}{2}-\frac{3y-2}{2}\right)=5\frac{2}{3}\cdot$$

Soluțiile sistemului, în valoare absolută, sunt laturile unui dreptunghiu.

Să se afle perimetrul și aria rombului ale cărui vârfuri sunt mijloacele laturilor dreptunghiului.

C. I. B.

Clasa V-a. *Exerc. 495.* Se dă un cerc O de rază R. Să se afle aria trapezului isoscel circumscris acestui cerc, știind că unghiu ascuțit al trapezului este de 45^0.

GH. D.

V. 496. Rădăcinile trinomului:

$$y = x^2 + px + q$$

sunt numere întregi.

Știind că avem relațiile:

$$27+p\sqrt{27}+q<0\ ,\ 17+p\sqrt{17}+q>0\ ,\ 37+p\sqrt{37}+q>0,$$

să se afle coeficienții trinomului dat.

GH. D.

V. 497. Ecuațiile:

$$x^2+px+q=0$$

$$x^2-(p^2-2q-\lambda p)\,x+q^2-\lambda p\,(p^2-3q)+\lambda^2 q=0$$

au rădăcinile de aceeași natură.

N. M.

V. 498. Să se rezolve ecuația:

$$40x^4+120x^3-32x^2-183x+90=0$$

știind că prin substituția: $y=2x^2+mx+n$ se reduce la o ecuațiune de gradul II având termenul liber (-3).

G. D. S.

V. 499. Să se arate că:

$$x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1 \geqq 0.$$

C. I. Ţ.

V. 500. Fie A' piciorul înălţimii $\overline{AA'}$ în triunghiul ABC dreptunghic în A. Să se demonstreze, că, dacă $\overline{AB} = \overline{A'C}$, atunci $\overline{AB}$ este egală cu latura decagonului stelat înscris în cercul de rază $\overline{A'B}$ şi reciproc

GH. B.

V. 501. Fie A' piciorul înălţimii $\overline{AA'}$ în triunghiul ABC dreptunghic în A. Să se demonstreze că, dacă distanţa dela A' la AC este egală cu $\overline{A'B}$, atunci $\overline{AB}$ este latura decagonului stelat înscris în cercul de rază $\overline{A'B}$ şi reciproc.

GH. B.

V. 502. Se dă un cerc de rază r şi un punct P situat la distanţa $\frac{3}{2}r$ de centrul său. O secantă dusă prin P taie cercul în punctele R şi S, astfel încât $\overline{RS}$ este latura patratului înscris.

Să se *calculeze* segmentele $\overline{PR}$ şi $\overline{PS}$.

G. D. S.

V. 503. Să se rezolve sistemul:

$$2x^2 + 2y^2 - 3(x+y) = 59$$

$$xy = 15.$$

G. D. S.

V. 504. Să se rezolve sistemul:

$$3x^3 + 3y^3 - 7(x^2+y^2) - 169(x+y) + 254 = 0.$$

$$xy = -18.$$

G. D. S.

V. 505. Se dau două cercuri O_1 şi O_2. Să se înscrie între aceste două cercuri un segment $\overline{A_1A_2}$ de lungime dată l şi făcând cu linia centrelor un unghiu dat α. Discuţie.

V. GH.

V. 506. Fiind dat trapezul isoscel ABCD şi C′ proiecţiunea vârfului C pe baza mare $\overline{AB}$, să se găsească *aria* şi *perimetrul* trapezului ştiind că:

$$\overline{AC}^2 - \overline{DC'}^2 = a^2 \quad \text{şi} \quad \overline{BD}^2 - \overline{BC}^2 = 2a^2$$

($\overline{AC}$ şi $\overline{BD}$ sunt diagonalele trapezului).

O. N. Ţ.

Clasa VI-a. *Exerc. 484.* Să se rezolve triunghiul ABC, ştiind că aria sa este S, latura $\overline{AB}$ mărită cu înălţimea $\overline{CC'}$ face p, iar latura $\overline{AC}$ mărită cu înălţimea $\overline{BB'}$ face q.

Aplicaţie:

$S = 720\ m^2$, $p = 84$ m şi $q = 78$ m.

GH. D.

VI. 485. Se dă piramida regulată VABCD având ca bază patratul ABCD. Latura patratului este a, iar înălţimea piramidei h. Fie G_1, G_2, G_3, G_4 centrele de greutate ale feţelor VAB, VBC, VCD, VDA, iar O centrul patratului ABCD.

Să se demonstreze că raportul între volumul piramidei $OG_1G_2G_3G_4$ şi al piramidei VABCD este $\frac{2}{27}$.

GH. D.

VI. 486. In triunghiul dreptunghiu ABC unind vârful A al unghiului drept cu un punct D al ipotenuzei se obţine segmentul $\overline{AD} = l$, care face cu ipotenuza un unghiu de 45° şi cu cateta AB un unghiu de 60°. Să se exprime ipotenuza cu ajutorul lui l.

G. D. S.

VI. 487. Un trunchiu de piramidă regulată, cu baza patrată, are aria totală *436 m²*, iar muchea de *5 m*. Știind că diferența între latura bazei mari și latura bazei mici este de *6 m*, să se afle volumul trunchiului de piramidă.

G. D. S.

VI. 488. Se consideră un tetraedru regulat ABCD și fie E, F, G, L, M, N respectiv mijloacele muchiilor $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$.

Să se arate că segmentul $\overline{LF}$ trece prin centrul patratului EGMN și este perpendicular pe planul acestui patrat.

Solidul convex EFGLMN este un octaedru regulat cu același centru ca *tetraedrul dat;* iar *volumul* și *suprafața* lui sunt de *două* ori mai mici decât *volumul* și *suprafața* tetraedrului dat.

C. I. Ț.

VI. 489. Pe laturile unui patrat de arie S se construește în afară triunghiuri echilaterale și fie Σ aria patratului format de vârfurile lor; fie σ aria patratului format de vârfurile triunghiurilor echilaterale construite interior pe laturile patratului dat.

Aria S este media geometrică între Σ și σ și dublul ariei (2S) este media aritmetică între Σ și σ.

N. M.

VI. 490. Într'un triunghiu avem relațiile:

$$\Sigma \cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{A}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{B}{4}\right)+\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{A}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{B}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{C}{4}\right)$$

$$= 8\cos^2\left(\frac{\pi}{8}+\frac{A}{8}\right)\cos^2\left(\frac{\pi}{8}+\frac{B}{8}\right)\cos^2\left(\frac{\pi}{8}+\frac{C}{8}\right)-1;$$

$$\Sigma \sin\frac{A}{2}+\Sigma \sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}=\Sigma \cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}.$$

C. I. Ț.

VI. 491. Un triunghiu dreptunghic cu laturile $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{CA} = 10$ se roteşte în jurul unui ax xy ce trece prin A şi face cu cateta AB un unghiu de 30°. Să se calculeze volumul ce ia naştere prin rotirea triunghiului.

G. D. S.

VI. 492. Intre unghiurile $A_1, A_2, \ldots, A_n$ ale unui poligon de n laturi există relaţiunea:

$$2\Sigma \sin^2 A_1 + \Sigma \cos 2A_1 = n.$$

GH. B.

VI. 493. O piramidă SABC este astfel că muchiile laterale $\overline{SA}$, $\overline{SB}$, $\overline{SC}$ sunt egale cu diametrul cercului ABC.

Cunoscând laturile triunghiului ABC, să se calculeze *suprafaţa laterală* şi *volumul piramidei.*

O. N. Ţ.

VI. 494. O piramidă SABCD este astfel că $\overline{SA} = \overline{SB}$, $\overline{SD} = \overline{SC}$, iar laturile bazei AD şi BC prelungite se întâlnesc în I proiecţiunea vârfului S pe planul bazei. Ştiind că măsura laturii $\overline{AD}$ este de *39 cm*, că diferenţa măsurilor laturilor $\overline{AB}$ şi $\overline{DC}$ este de *30 cm*, că unghiurile diedre formate de feţele laterale SAB şi SDC cu planul bazei au respectiv măsurile 60° şi 75°, să se calculeze *suprafaţa totală* şi *volumul* piramidei SABCD. (Sunt preferate în calcule valorile exacte).

O. N. Ţ.

VI. 495. Intr'un cilindru circular drept cu înălţimea de *36 cm* este scobită o piramidă cu muchiile laterale egale, cu baza un dreptunghiu ABCD, înscris în baza cilindrului, cu înălţimea cât jumătate din generatoarea cilindrului.

Ştiind că muchia SA a piramidei face cu generatoarea AM a cilindrului un unghiu de 22° 30', să se calculeze volumul solidului.

O. N. Ţ.

Clasa VII-a. *Exerc. 416.* Să se reprezinte grafic funcţiunile:

$$y = \frac{x^2-4}{x+3} \quad \text{şi} \quad y = \frac{1}{2}(x \pm \sqrt{x^2+12x+16}).$$

N. M.

VII. 417. Fie xy o dreaptă oarecare şi P un punct pe ea. In punctul P ridicăm perpendiculara pe xy şi luăm pe ea segmentul $\overline{PM} = l$. Prin punctul M ducem o secantă variabilă, pe care luăm segmentele $\overline{MA} = a$, $\overline{MB} = b$ $(a < b)$. Fie A', B' proiecţiunile punctelor A şi B pe dreapta xy. Notăm $\widehat{AMP} = \varphi$.

Se cere:

1. Să se exprime aria trapezului AA'B'B în funcţie de φ, a, b, l;

2. Să se studieze variaţiunea acestei arii, când segmentul BA se roteşte în jurul punctului M.

Aplicaţie:

$$l = 4 \text{ m} \quad , \quad a = 2 \text{ m} \quad \text{şi} \quad b = 8 \text{ m}.$$

GH. D.

VII. 418. Se dă polinomul:

$$y = a_0 x^m + a_1 x^{m-1} + \ldots + a_{m-1} x^1 + a_m x^0.$$

Permutând exponenţii în toate modurile posibile se obţin n funcţiuni $y_1, y_2, \ldots, y_n$.

Să se demonstreze formula:

$$\sum_{i=0}^{n} y_i^{(m)} = m\,(m\,!) \sum_{j=0}^{m} a_j.$$

V. GH.

VII. 419. Să se execute epura proiecţiunilor unui cub ABCDEFGH cu baza EFGH în planul orizontal de proiecţie dându-se

$$E(60, 0, 0) \quad , \quad \overline{AG} = 42 \text{ mm} \quad , \quad \sphericalangle TEG = 60^0.$$

Să se ducă din D perpendiculara pe M_1M_2, M_1 şi M_2 fiind mijloacele lui $\overline{AE}$ şi $\overline{CG}$. Să se afle urmele planului DM_1M_2.

V. GH.

VII. 420. Se consideră o piramidă SABCD având $\overline{SA} = \overline{SB}$, $\overline{SC} = \overline{SD}$ şi astfel că laturile AD şi BC prelungite se întâlnesc într'un punct I proiecţiunea vârfului S pe planul bazei. Insemnând cu $2a$ lungimea laturii $\overline{AB}$, cu h înălţimea vârfului D faţă de AB şi ştiind că măsurile unghiurilor diedre pe care le fac feţele laterale SAB şi SDC cu planul bazei sunt respectiv α şi 3α, să se exprime volumul V al piramidei în funcţiune de α. Să se studieze variaţiunea volumului V când α variază şi să se reprezinte această variaţiune.

O. N. Ţ.

VII. 421. Să se reprezinte funcţiunea y dată de:

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0.$$

C. I. B.

VII. 422. Să se reprezinte funcţiunea y dată de:

$$3x^2 - 3y^2 + 2xy - 5x + 7y - 9 = 0.$$

C. I. B.

VII. 423. Să se însumeze seriile de termeni generali:

$$u_n = \frac{1}{n(n+1)} \quad , \quad v_n = \frac{1}{n(n+2)} \quad , \quad w_n = u_n - v_n .$$

C. I. B.

VII. 424. Să se determine x astfel ca seria de termen general

$$\left(\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 5x + 4}\right)^n$$

să fie convergentă.

C. I. B.

VII. 425. Seria de termen general:

$$U_n = \frac{(n-p)!\,(x^n + x^{2n} + \ldots + x^{pn})}{C_n^p}$$

este convergentă? In cazul convergenţei să se scrie suma.

C. I. B.

Clasa VIII-a. *Exerc. 309.* Să se determine a şi b astfel ca ecuaţia:

$$4x^5 - 2(3\sqrt{3} - 4)\,x^4 - 12\sqrt{3}\,x^3 + ax^2 + (2a + b)\,x + 2b = 0$$

să admită rădăcina $x = \sqrt{3} + i$. Apoi să se rezolve.

G. D. S.

VIII. 310. Să se rezolve ecuaţia:

$$4x^6 + 28x^5 + 45x^4 - 28x^3 - 88x^2 - 105x - 36 = 0.$$

G. D. S.

VIII. 311. Să se construiască curba:

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2a.$$

Să se studieze natura ei după valorile parametrului a.

N. M.

VIII. 312. Să se verifice proprietăţile parabolei

$$y = x^2 + 2x - 3$$

în punctul (1, 0).

N. M.

VIII. 313. Fiind dată parabola $y^2 - x = 0$, raportată la axa sa de simetrie ca axă OX şi tangenta la vârf ca axă OY, se iau punctele $A(1, 1)$, $B(k^2, k)$ pe această parabolă. Să se arate că pot fi determinate cel puţin două valori de k astfel ca să existe un al treilea punct M astfel ca triunghiul MAB să fie echilateral.

O. N. Ţ.

VIII. 314. In raport cu sistemul de axe ortogonal OX, OY sunt date dreapta $D(y = mx + n)$ şi punctul $A(a, o)$.

Fie M (α, β) un punct variabil pe dreapta D, fie M' proiecțiunea punctului M pe axa OX, apoi P proiecțiunea punctului M' pe dreapta AM. Să se găsească locul punctului P în plan când punctul M se mișcă pe dreapta D. Să se discute acest loc și să se dea cazuri particulare interesante.

O. N. Ț.

VIII. 315. Se dau curbele:

$$9x^2 + 4y^2 - 36x - 24y + 36 = 0.$$

$$9x^2 - 4y^2 - 36 = 0.$$

Se face o translație a axelor astfel ca noua origină să fie în o' (2, 3). Să se găsească ecuațiile curbelor față cu nouile axe.

C. I. B.

VIII. 316. Se dă elipsa $x^2 + 4y^2 - 1 = 0$. Să se scrie ecuația fascicolului de tangente duse din punctul A (5, 5) la elipsă și ecuația cercului înscris triunghiului format cu polara punctului A.

C. I. B.

Pentru toate clasele. *Exerc. 210.* Să se găsească $(2p + 1)$ numere întregi consecutive a căror sumă să fie divizibilă prin numărul întreg $(2p + 2q + 1)$.

Gh. B.

T. C. 211. Să se arate că nu există două numere N_1 și N_2 astfel ca N_1 adunat cu suma cifrelor să dea pe N_2, iar N_2 adunat cu suma cifrelor să dea pe 1939.

Gh. B.

T. C. 212. Dacă σ (I) reprezintă suma numerelor prime cu I și mai mici decât el, iar φ_i (I) indicatorul de ordinul i al lui I, atunci avem:

$$\sigma[\varphi_{4+n}(1939)] = 2^{10-2n}.$$

I. L.

T. C. 213. Dacă $\Pi(I)$ reprezintă produsul numerelor prime cu I şi mai mici decât el, iar $\varphi_i(I)$ indicatorul de ordinul i a lui I, atunci avem:

$$\Pi\,[\varphi_7\,(1939)[\,=105.$$

I. L.

T. C. 214. Să se descompună numărul 1939 într'o sumă de numere prime absolute, cât mai multe posibil.

I. L.

T. C. 215. Să se scrie numerele: 49999 şi 1 000 000 001 în cifre romane, utilizând cât mai puţine semne.

I. L.

T. C. 216. Să se efectueze operaţiunile:

$$IL + LI \quad \text{şi} \quad IL \times LI$$

scriindu-se rezultatele tot în cifre romane.

I. L.

T. C. 217. Să se scrie răsturnatul numerelor:

$$\overline{IL}IM \quad \text{şi} \quad \overline{IIII}.$$

I. L.

INSTRUCȚIUNI

a) Soluțiile exercițiilor se vor scrie cu cerneală, pe sferturi de coală și numai pe o parte a foii.

Dacă va fi nevoie de mai multe foi pentru soluționarea unui exercițiu, ele se vor coase sau lipi în partea stângă. Figurile, ce vor fi necesare pentru urmărirea exercițiului se vor construi îngrijit, cu cerneală sau tuș, pe foi aparte, având formatul arătat mai sus și se vor coase sau lipi odată cu soluția.

Nu se vor trimite soluțiile mai multor exerciții pe aceeași foaie.

b) Redactarea soluțiilor se va face astfel:

Sus, se vor scrie numărul exercițiului, dedesubt enunțul astfel cum e publicat în revistă, cu inițialele propunătorului, apoi soluția clar compusă, iar la sfârșit, iscălitura rezolvitorului în ordinea următoare:

Nume de botez complet, inițiala părintelui, numele de familie, însoțit de clasa și școala pe care o urmează.

c) Nu se vor lua în considerare soluțiile iscălite de 2 sau mai mulți corespondenți, nici soluțiile exercițiilor propuse la clase inferioare aceleia în care corespondentul se află. Pentru redijarea soluțiilor se pot vedea indicațiile din Nr. 1, Vol. IV.

d) Soluțiile se primesc timp de 3 luni dela propunerea exercițiului, numai dela abonații „Suplimentului cu Exerciții" al Gazetei Matematice, pe adresa Casa Gazeta Matematică, Calea Griviței 158, București 2.

Drepturile de reproducere rezervate Societății «Gazeta Matematică».

Elevii claselor VI, VII și VIII, cu bogată activitate la această revistă își pot lărgi cadrul activității soluționând probleme din „Gazeta Matematică".

In Biblioteca „Gazetei Matematice" au apărut și se găsesc la adresa indicată mai sus, următoarele:

III. **N. Abramescu,** Lecțiuni elementare de Algebră superioară, pentru clasa VIII-a științifică, Ediția VI-a . . . . . Lei 120

VIII. **A. G. Ioachimescu,** Culegere de Probleme de Algebră. Partea I. Ediția IV-a revăzută și mărită . . . . . Lei 120

IX. **G. Em. Filipescu, A. G. Ioachimescu, I. Ionescu, T. Lalescu și C. Țițeica,** Vocabular Matematic . . . . . .Lei 20

X. **G. Țițeica,** Culegere de Probleme de Geometrie . . .Lei 150

XI. **Gazeta Matematică** 1895—1935. Istoric, învățăminte. Volum jubilar (500 pag.) . . . . . { pentru particulari . . . . . .Lei 200 / pentru abonații G. M. și S. G. M. . Lei 150

XII. **V. Cristescu,** Culegere de Probleme de Trigonometrie. Partea I. (Goniometrie) revăzută și adăugită de *Gh. Th. Gheorghiu* . . . . Lei 95

XIII. **I. Ionescu,** Culegere de Probleme de Aritmetică. Partea I. Aritmetica rațională . . . . . .Lei 190

XIV. **V. Cristescu,** Culegere de Probleme de Trigonometrie. Partea I-a. (Trigonometrie plană). Ediția II-a revăzută și adăugită de *Gh. Th. Gheorghiu* . . . . . .Lei 125

Suplimentul cu Exerciții { Abonamentul anual (9 numere) . .Lei 50 / Un an vechi (9 numere) . . . Lei 100

„Gazeta Matematică" apare la 15 ale fiecărei luni. Abonamentul de 200 lei anual, se plătește înainte și începe dela 15 Septemvrie, oricând s'ar face achitarea lui în cursul anului și nu se face pe termene mai scurte de un an.

Abonamentele și toată corespondența se trimite pe adresa:

Societății „GAZETA MATEMATICĂ"

Casa Gazeta Matematică. — Calea Griviței No. 158. — București 2.

M. O., IMPRIMERIA NAȚIONALĂ. — C. 54.845

BIBLIOTECA
SIBIIU

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL V. No. 8 1 MAI 1939

SOCIETATEA GAZETA MATEMATICĂ
CALEA GRIVIŢEI, 158. BUCUREŞTI 2. — TELEFON 3-9803

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL V. No. 8 — 1 MAI 1939

ABONAMENTUL LEI 50 PE AN (9 numere)

Soluţii, abonamente şi orice corespondenţă pe adresa:

Locot. C. D. IONESCU-ŢIU

Casa «Gazeta Matematică», Calea Griviţei 158. — Bucureşti 2

EXERCIŢII REZOLVATE

Clasa VI-a. *Exerc. 328. Intr'un patrulater oarecare* ABCD, *fie* S *intersecţia laturilor* AB *cu* CD, *să se stabilească relaţiunea:*

$$\overline{SA} \cdot \overline{SB} \sin\widehat{CAB} \sin\widehat{ABD} = \overline{SC} \cdot \overline{SD} \sin\widehat{ACD} \sin\widehat{CDB}.$$

A. G.

Ducând diagonalele AC şi BD, din triunghiurile SAC şi SBD avem respectiv:

$$\frac{\overline{SA}}{\sin\widehat{SCA}} = \frac{\overline{SC}}{\sin\widehat{CAB}}, \quad \frac{\overline{SB}}{\sin\widehat{CDB}} = \frac{\overline{SD}}{\sin\widehat{SBD}}$$

dar $\sin\widehat{SCA} = \sin\widehat{ACD}$, $\sin\widehat{SBD} = \sin\widehat{ABD}$,

unghiurile fiind suplimentare. Inlocuind şi înmulţind cele două egalităţi membru cu membru, aducând apoi la forma întreagă, obţinem relaţiunea din enunţ. Această relaţiune generalizează relaţiunea:

$$\overline{SA} \cdot \overline{SB} = \overline{SC} \cdot \overline{SD}$$

dela patrulaterele inscriptibile. In adevăr dacă ABCD e inscriptibil atunci

$$\widehat{CAB} = \widehat{CDB}, \quad \widehat{ABD} = \widehat{ACD}$$

încât produsele de sinusuri se simplifică.

VI. 420. Fie a, b, c *laturile unui triunghiu oarecare* $(a > b > c)$. *Cari dintre valorile:*

$$\sin\alpha = \frac{b+c}{a}\ ,\ \sin\beta = \frac{b-a}{c}$$

sunt reale şi în ce cadran se află extremitatea arcului respectiv.

V. Gh.

Se ştie că între laturile unui triunghiu avem relaţia $a < b + c$. Deci $\sin\alpha = \frac{b+c}{a} > 1$, ceea ce este inadmisibil.

In triunghiul dat mai avem $c > a - b$, de unde $\frac{a-b}{c} < 1$.

Rezultă că $\sin\beta = \frac{b-a}{c}$ este un număr negativ, iar în valoare absolută, mai mic decât 1. Arcul β este deci real şi are extremitatea în cadranul al 3-lea sau al 4-lea.

VI. 440. Să se demonstreze relaţia:

$$\sin^6 t + \cos^6 t - 6\cos^4 t - \sin^2 t + 5\cos^2 t \geqq 0.$$

V. Gh.

In partea 1-a a relaţiei propuse înlocuind pe $\cos^2 t$ prin $1 - \sin^2 t$, aceasta devine:

$$\sin^6 t + (1 - \sin^2 t)^3 - 6(1 - \sin^2 t)^2 - \sin^2 t + 5\ (1 - \sin^2 t)$$
$$= \sin^6 t + 1 - 3\sin^2 t + 3\sin^4 t - \sin^6 t - 6 + 12\sin^2 t - 6\sin^4 t$$
$$- \sin^2 t + 5 - 5\sin^2 t = -3\sin^4 t + 3\sin^2 t$$
$$= 3\sin^2 t(1 - \sin^2 t) = 3\sin^2 t\cos^2 t \geqq 0.$$

Avem egalitate pentru $t = k\pi$ şi $t = (k \pm \frac{1}{2})\pi$.

Clasa VII-a. *Exerc. 362. Să se calculeze termenul de gradul zero faţă cu* x, y, z *deodată, în desvoltarea:*

$$\left(\frac{a}{x^2 y^3 z^4} - bxyz^5\right)^{112}.$$

V. Gh.

Termenul căutat este :

$$T_{p+1} = (-1)^p C_m^p x^{m-p} a^p = (-1)^p C_{112}^p \left(\frac{a}{x^2 y^3 z^4}\right)^{112-p} (bxyz^5)^p .$$

Pentru ca acesta să fie de grădul zero față cu x, y, z deodată, trebue ca suma exponenților lui x, y, z dela numărător să fie egală cu suma exponenților acelorași litere dela numitor, adică să avem :

$$p + p + 5p = 224 - 2p + 336 - 3p + 448 - 4p.$$

Rezultă de aci $p = 63$.

Termenul căutat este deci :

$$T_{64} = - C_{112}^{63} a^{49} b^{63} \frac{z^{119}}{x^{35} y^{84}} .$$

VII. 291. Să se stabilească prin considerațiuni geometrice identitatea :

$$C_{\Sigma\alpha}^3 = \Sigma C_\alpha^3 + \Sigma C_\alpha^2 C_\beta^1 + \Sigma C_\alpha^1 C_\beta^1 C_\gamma^1$$

unde $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ *sunt numere întregi și se iau sub semnul* Σ *în toate modurile posibile distincte.*

Să se deducă identitatea :

$$C_{ma}^3 = C_m^1 C_a^3 + A_m^2 C_a^2 C_a^1 + C_m^3 (C_a^1)^3.$$

A. G.

Fie în spațiu n plane distincte și liniar independente. Numărul punctelor de intersecție ce se obțin este C_n^3 deoarece câte 3 plane determină un punct.

Fie acum în spațiu m grupe de plane cuprinzând fiecare $\alpha, \beta, \gamma, \ldots \lambda$ plane. Aceeași numărătoare a punctelor de intersecție se poate face în *două moduri :*

I. Privind toate planele odată obținem $C_{\Sigma\alpha}^3$.

II. Făcând numărătoare ținând seama de cele m grupe :

1. In fiecare din cele m grupe se obțin respectiv C_α^3 , $C_\beta^3, \ldots$ puncte de intersecție. Total ΣC_α^3, cu m termeni.

2. Luând câte *două* plane dintr'un grup şi *un* plan din alt grup, obţinem respectiv $C_\alpha^2 C_\beta^1$, $C_\alpha^1 C_\beta^2$, ... puncte de intersecţie. Total $\Sigma\, C_\alpha^2 C_\beta^1$ unde indicii inferiori se iau după tabloul aranjamentelor celor m litere α, β, γ , ... λ câte *două* sunt adică A_m^2 termeni.

3. Luând câte un plan din fiecare grup, obţinem respectiv $C_\alpha^1 C_\beta^1 C_\gamma^1$, $C_\alpha^1 C_\beta^1 C_\delta^1$, ... puncte de intersecţie. Total, $\Sigma\, C_\alpha^1 C_\beta^1 C_\gamma^1$ unde indicii inferiori se iau din tabloul *combinărilor* celor m litere α, β, γ ... λ luate câte *trei*, sunt adică C_m^3 termeni.

Incât prima identitate din enunţ e stabilită egalând rezultatul dela (I) cu suma rezultatelor parţiale dela (II).

Pentru a doua identitate, presupunem că cele m grupe de plane cuprind fiecare câte a plane adică în cele de mai sus facem :

$$\alpha = \beta = \gamma = \ldots = \lambda = a.$$

Observare. Pe aceeaşi cale de consideraţii geometrice se poate stabili identitatea din problema Clasa VII-a 182, a cărui soluţie s'a publicat în S. G. M. An IV, No. 2, pag. 29 ; pentru care considerăm *în plan n* grupe de *drepte* cuprinzând fiecare m_1 , m_2 m_n drepte.

Identitatea se poate generaliza, de exemplu, dacă ne propunem să numărăm *tetraedrele* ce se pot forma.

Până la 10 Aprilie s'au primit soluţiuni bune pentru exerciţiile publicate în numerele 4, 5, 6 şi 7 dela[1]):

Liceul de fete „Carmen-Sylva" Bucureşti.

Clasa III-a : Damian Lucia (III : 67). — *Clasa IV-a :* Georgescu I. Georgeta (IV : 400), Mihăescu Ileana (IV : 393, 4, 5). — *Clasa V-a :* Vasilescu O. Alexandra (V : 498, 9, 502, 3, 4). — *Clasa VII-a :* Niculescu C. Monica (VII : 402).

Şcoala Centrală de fete Bucureşti.

Clasa VI-a : Atanasiu Melania (VI : 451, 2, 3*), Brumă Cornelia (VI : 451), Dimoftache Corina (VI : 450), Gafta Margareta (VI : 450), Halunga Speranţa (VI : 450), Lăduncă Gabriela (VI : 451) — *Clasa VIII-a :* Panaite Ecaterina (VIII : 300).

---

1) Semnul * însoţeşte numărul unui exerciţiu rezolvat foarte bine.

Externatul Ortodox de fete din Bucureşti.

Clasa VII-a: Pricopie P. Maria (VII: 390).

Liceul de fete „Aurel Vlaicu" Bucureşti.

Clasa V-a: Dan Georgeta (V: 460, 5, 74).

Liceul „Iulia Hajdău" Bucureşti.

Clasa V-a: Agapie G. Elena (V: 489, 503).

Institutul „Pompilian" Bucureşti.

Clasa III-a: Predoleanu E. Jeni (III: 72, 5). — *Clasa VI-a:* Predoleanu Lia (VI: 451).— *Clasa VIII-a:* Florian I. Margareta (VIII: 300).

Liceul de fete din Focşani.

Clasa III-a: Rădulescu T. Teodora (III: 62, 3).—*Clasa VII-a:* Grigoriu C. Ana (VII: 402).

Liceul „Oltea Doamna" Iaşi.

Clasa IV-a: Moisei N. Eliza (IV: 414, 25). — *Clasa V-a:* Fischler I. Neli (V: 467), Ţibuleac C. Ortansa (V: 484, 9).

Institutul „Notre Dame de Sion" Iaşi.

Clasa VI-a: Groholschi G. Consuela (VI: 472, 5, 7).

Liceul de fete „Carmen-Sylva" Timişoara.

Clasa IV-a: Cosma I. Hermina (IV: 412*, 3*, 6, 7). — *Clasa VII-a:* Adler L. Edith (VII: 408, 10, 40), Checian Ana (VII: 410), Domonkos O. Erika (VII: 408, 10, VIII: 298).

Liceul de fete Turnu-Severin.

Clasa V-a: Cioc D. Valentina (V: 465).

Liceul „Spiru Haret" Bucureşti.

Clasa III-a: Ştefănescu A. M. (III: 62, 74). — *Clasa IV-a:* Mişu S. N. (IV: 393, 5, 6, 7*, 400, 1), Rădulescu V. D. (IV: 417).—*Clasa V-a:* Popescu-Necşeşti D. A. (V: 460, 1, 3, 5, 75, 84, 5, 9, 99, 502*). — *Clasa VII-a:* Grigoriu A. D. (VII: 406, 7), Racoviceanu G. V. (VII: 390, 1). — *Clasa VIII-a:* Cernovodeanu I. I. (VIII: 277, 86*, 7*, 8, 94, 310), Dragomirescu T. I. (VIII: 285, 90, 4, 300, T. c.: 193), Pârşan I. I. (VIII: 294, 300), Reiss C. A. (VIII: 285, 9, 300), Stănculescu M. (VIII: 286*, 7, 8, 94, 7, 300*).

Liceul „Gh. Lazăr" Bucureşti.

Clasa III-a: Iliescu-Brânceni B. (III: 80, T. c.: 211*).— *Clasa VI-a:* Andonic C. G. (VI: 472, 87), Ganea N. N. (VI: 456), Petrescu I. (VI: 456, 86, 9). — *Clasa VII-a:* Theodoroff A. Ş. (VII: 377, 98).

Liceul „Mihai Viteazu" Bucureşti.

Clasa IV-a: Voinea Gh. M. (IV: 395, 401, 12, 3, 6). — *Clasa V-a:* Predoleanu E. N. (V: 466, 7, 9, 74, 5, 85). — *Clasa VI-a:* Marcus S. B. (VI: 476, 7, T. c.: 199, 206, 8*, 11*), Niculescu V. I. (VI: 467*). — *Clasa VII-a:* Nicolescu I. T. (VII: 390, 8, 400, T. c.: 191).

Liceul „Matei Basarab" Bucureşti.

Clasa IV-a: Blum M. I. (IV: 401), Elias E. C. (IV: 400), Hetz F. M. (IV: 417, 8), Klang I. I. (IV: 393, 3, 5, 8, 9, 400, 1, V: 465, VI: 456), Lepkovez V. (IV: 418), Margulius M. M. (IV: 401), Moscovici P. I. (IV: 392, 401), Pellegrino D. M. (IV: 401, V: 459), Rubinstein S. H. (IV: 401), Schaffer A. (IV: 418), Şaichin O. D. (IV: 400), Segall M. (IV: 414, 8).—*Clasa V-a:* Vasiliev A. B. (V: 459, 63, 5). — *Clasa VI-a:* Theodoroff A. I. (VI: 449, 55, 64). — *Clasa VII-a:* Popescu V. D. (VII: 400, 1, 2, 3).

Liceul „Gh. Şincai" Bucureşti.

Clasa IV-a: Constantinescu I. E. (IV: 396, 401, 56, V: 459, 60, 1, 2, 5). *Clasa V-a:* Pascu M. C. (V: 396, 465), Nissim M. A. (V: 459, 60, 1, 3, 5, 7, 70), Sava N. P. (V: 465, 7), Schwartz L. I. (V: 465, VI: 456. 9).

Colegiul Naţional „Sf. Sava" Bucureşti.

Clasa IV-a: Paşcanu O. V. (IV: 398, 9, 400), Stoika V. V. (IV: 388*). *Clasa V-a:* Pastia C. (V: 459, 60, 1, 2).

Liceul „Al. Lahovary" Bucureşti.

Clasa V-a: Florescu V. I. (V: 460, 1).

Liceul „Mihail Eminescu" Bucureşti.

Clasa V-a: Dumitrescu G. (V: 460, 1, 5). — *Clasa VII-a:* Leibovici S. (VII: 401).

Liceul „Titu Maiorescu" Bucureşti.

Clasa VI-a: Niculescu C. M. (VI: 391, 452*, 4, 7, 72, 5*, 6, VII: 398, VIII: 385, 9, T. c.: 209). — *Clasa VII-a:* Profeta S. A. (VII: 402, 3, 8).

Institutul „Schewitz Thierrin" Bucureşti.

Clasa VI-a: Colţescu C. C. (VI: 465), Ghigheanu I. I. (VI: 449, 51, 3, 64, 6).

Liceul „Aurel Vlaicu“ Bucureşti.

Clasa VII-a : Sipiceanu M. (VII : 407).

Liceul „Sf. Andrei“ Bucureşti.

Clasa V-a : Ganea M. M. (V : 459, 60, 1, 3).—*Clasa VI-a :* Ştefanovici I. M. (VI : 467).

Liceul „Sf. Iosif“ Bucureşti.

Clasa VI-a : Vasilescu I. (VI : 487).

Liceul „Profesorii Asociaţi“ Bucureşti.

Clasa VI-a : Marcussohn L. O. (VI : 486, 92*).

Liceul „Moise Nicoară“ Arad.

Clasa III-a : Moldt G. (III : 67).—*Clasa IV-a :* Grozescu T. (IV : 411*), Nistor I. I. (IV : 424*, 5), Popa Th. (IV : 386*, 98*, 400), Popovici F. T. (IV : 400).—*Clasa V-a :* Cristea D. V. (V : 465), Turicu T. O. (V : 459, 60, 1, 5). *Clasa VI-a :* Gligor N. I. (VI : 456, 72), Luca I. I. (VI : 449, 52, 72, 5, 6), Simon P. (VI : 448, 5, 6), Teodorescu I. I. (VI : 472). — *Clasa VIII-a :* Borneas I. M. (VIII : 289, 300).

Liceul Romano-Catolic Arad.

Clasa VII-a : Soltz L. (VII : 398, 400).

Liceul „Regele Ferdinand I“ Bacău.

Clasa VI-a : Cerchizan G. C. (VI : 449, 64).

Liceul „Codreanu“ Bârlad.

Clasa VI-a. Atanasiu A. A. (VI : 462, 4, 6, 7*).

Liceul „Sf. Vasile“ Blaj.

Clasa III-a : Balea I. I. (III : 67, 75). — *Clasa VII-a :* Borzea S. (VII : 400, 3).

Liceul „Andrei Şaguna“ Braşov.

Clasa VI-a : Badea A. I. (VI : 467*, 72, T. c. : 205, 9). — *Clasa VIII-a :* Cojanu G. A. (VIII : 310).

Liceul „Dr. I. Meşotă“ Braşov.

Clasa III-a : Dumitraşcu O. (III : 67). — *Clasa IV-a :* Goiceanu A. N. (IV : 395, 400, 13).—*Clasa V-a :* Halmagiu A. M. (V : 460, 5).—*Clasa VII-a :* Băncilă I. A. (VII : 407, 88).

Liceul „B. P. Hajdău" Buzău.

Clasa VI-a: Nicolau G. C. (VI: 436, 62, 78, 87, T. c.: 205, 9).

Liceul „Ştirbei Vodă" Călăraşi.

Clasa VI-a: Rădulescu M. (VI: 450, 3).

Liceul „D. B. Ştirbei" Câmpina.

Clasa VI-a: Dărmănescu A. M. (VI: 460).—*Clasa VIII-a:* Ţintea D. C. (VIII: 388, 90).

Liceul militar „Ştefan cel Mare" Cernăuţi.

Clasa III-a: Cândea S. (III: 72), Cimbru V. M. (III: 72), Cortuşan C. I. (III: 72), Huţul P. C. (III: 69, 72, 4, 5), Iliescu R. (III: 72), Nicolaescu T. I. (III: 72, 4, 5, V: 460, 1), Ţăranu P. S. (III: 72), Vasiliu D. (III: 67, 9, 72, 4, 5).—*Clasa IV-a:* Pleşu I. L. (IV: 412, 3, 4, 6).—*Clasa V-a:* Staicu I. C. (V: 459, 60, 1). — *Clasa VI-a:* Nistor I. I. (VI: 472), Pruncu C. N. (VI: 472).—*Clasa VII-a:* Bărbieru V. (VII: 406, 10), Cotulbea I. C. (VII: 402, 7, 8, 10), Dovgan I. G. (VII: 406, 7, 10), Gviazdomorschi E. R. (VII: 406, 7, 10), Ianculescu I. A. (VII: 408, 10), Iliescu R. (VII: 406, 7, 10), Ionescu S. (VII: 408, 10), Moisii I. (VII: 410), Onişor V. (VII: 400, 2, 6, 7, 8, 10), Paicu M. (VII: 406, 10), Petrescu M. (VII: 406, 7, 10), Sulițeanu C. C. (VII: 398, 406, 8, 10), Tutoveanu R. A. VII: 406, 7, 10*).

Liceul „Mitropolitul Silvestru" Cernăuţi.

Clasa IV-a: Cenuşă T. G. (IV: 393, 4, 5, 6*, 8, 9), Georgescu T. C. (IV: 395, 9), Volschi L. A. (IV: 393, 4, 5, 6, 8, 9, V: 459, 65) —*Clasa VII-a:* Şlianu A. (VII: 400, 1, 8*), Sviatchevici T. E. (VII: 398, 400).

Liceul „Al. Russo" Chişinău.

Clasa III-a: Surucianu E. N. (III: 57, 8, 63). — *Clasa V-a:* Scodihor I. G. (V: 467).

Liceul militar „Regele Ferdinand I" Chişinău.

Clasa III-a: Grigoriu I. M. (III: 67). — *Clasa IV-a:* Antohi I. V. (IV: 413, 6, V: 467), Ciobanu V. I. (IV: 413, 6, V: 467), Frunză V. (IV: 403, 3, 13, 8, V: 467), Gherman G. A. (IV: 413, 6, 8, V: 467), Gudunag V. (IV: 395, 401, 13, 6, 8), Herjiu G. (IV: 401, 13, V: 467), Ionescu G. (IV: 416), Niţă R. G. (IV: 401, 13), Pâslăraşu P. C. (IV: 395*, 413, V: 467), Popescu C. M. (IV: 395, 401, 13, 6, 8, V: 467, T. c.: 126), Popescu I. Şt. (IV: 403, 13, 8, V: 467), Voicu M. G. (IV: 401, 12, 3, 4, 6, 7, 8, V: 467). *Clasa V-a:* Boancă G. A. (V: 459, 60, 1, 5, 7), Căpitan T. D. (V: 460),

Gheorghiu I. (V: 460, 5), Grătianu R. (V: 469), Harea V. (V: 484), Miroslav S. T. (V: 459, 60, 1, 2, 4, 5, 7, 70, 5, 6, 7, 8, 9), Moise I. C. (V: 459, 60, 1, 5, 7, 9), Pacioglu C. C. (V: 469), Pădure M. (V: 459, 60, 1), Petrea G. (V: 469), Prodan C. (V: 484). — *Clasa VI-a:* Ionescu M. C. (VI: 472, 5), Jalbă L. (VI: 472, 8), Vesa R. V. (VI: 472, 5). — *Clasa VII-a:* Toma I. V. (VII: 390, 402), Zancu A. (VII: 390, 402, 3).

Liceul „Gh. Barițiu" Cluj.

Clasa III-a: Doncilescu I. E. (III: 67). — *Clasa V-a:* Botta A. A. (V: 474, 5, 85).

Seminarul Pedagogic Universitar Cluj.

Clasa IV-a: Vuia R. R. (VI: 449, 50, 2, 3). — *Clasa VII-a:* Kelemeu. B. G. (VII: 406*), Robert E. G. (VII: 407), Sebastian A. (VII: 407, 8*). *Clasa VIII-a:* Popescu T. T. (VIII: 310).

Liceul „Mircea cel Bătrân" Constanța.

Clasa V-a: Geacomo D. I. (V: 465), Sotiriu G. T. (V: 459, 60, 1, 2, 3, 4, 5, 9).

Liceul „Frații Buzești" Craiova.

Clasa III-a: Marian M. D. (III: 69*). — *Clasa VII-a:* Marian M. I. (VII: 369*, 402, 3).

Liceul „Unirea" Focșani.

Clasa VI-a: Alexe C. (VI: 457). — *Clasa VII-a:* Baruch M. (VII: 391, 8, 408). Nicoară I. T. (VII: 390*, 1, 8, 400, 1, 2*, 3*, 7, 8, 10).

Liceul „V. Alexandri" Galați.

Clasa VIII-a: Dudea G. I. (VIII: 385, 6).

Liceul „T. Maiorescu" Giurgiu.

Clasa VII-a: Cherțman S. M. (VII: 400, 1), Văduva M. (T. c.: 208, 9).

Liceul militar „General Makarovici" Iași.

Clasa IV-a: Gheorghiu P. T. (IV: 414). — *Clasa V-a:* Bogdan G. G. (V: 486), Ciuhureanu N. P. (V: 465, 70), Costică D. P. (V: 473*, 6), Drăghicescu P. P. (V: 485, 6, 9), Eliade V. (V: 486), Ivan Z. (V: 486), Ostopovici E. (V: 486), Pârlog I. (V: 485, 6), Petrea Ș. V. (V: 453, 65), Popovici O. M. (V: 460, 1, 3, 5, 7, 86). — *Clasa VI-a:* Bârzu G. V. (VI: 460), Păun M. (VI: 461). — *Clasa VII-a:* Jiletcovici A. (VII: 408, 10*).

Liceul Internat „C. Negruzzi" Iaşi.

Clasa IV-a: Bulandra P. R. (IV: 413, 25). — *Clasa V-a:* Rabinschi M. N. (V: 459, 61, 5, 7, 84). — *Clasa VI-a:* Barbaiani I. (VI: 448, 9, 50, 1, 3, 4, 7, T. c.: 188, 9, 90, 1, 2), Drăghicescu P. P. (VI: 491*).

Liceul „Naţional" Iaşi.

Clasa IV-a: Baran D. T. (IV: 410, 1, 3, 6, 7), Bouşcă F. A. (IV: 397, 416), Calimachi G. H. 413, 6, 25), Conul I. (IV: 417), Davidovici I. (IV: 417), Fainstein E. A. (IV: 414), Glasman A. S. (IV: 414, 7, 8), Groholschi G. S. (IV: 414), Iancu L. C. (IV: 397, 413, 6), Ionescu H. S. (IV: 414, 6, 8), Lateş I. M. (IV: 416, 25), Marinescu P. N. (IV: 410, 1, 6), Moraru C. (IV: 418), Moscovici I. M. (IV: 417, Popoyici S. (IV: 401), Schächter I. M. (IV: 414, 7, 8), Şaraga I. E. (IV: 413, 25), Theitler A. C. (IV: 418, 27), Turculeţ A. T. (IV: 417, 8), Weiss G. (IV: 414). — *Clasa VII-a:* Rollea C. V. (VII: 402, 3, 10).

Liceul „M. Kogălniceanu" Iaşi.

Clasa VI-a: Umlauf V. (VI: 450*, 72).

Seminarul „Pedagogic Universitar" Iaşi.

Clasa V-a: Sosner I. (V: 503). — *Clasa VII-a:* Tudose A. (VII: 390, 2).

Liceul militar „N. Filipescu" Mânăstirea Dealu.

Clasa IV-a: Bunescu N. G. (IV: 417, 8), Filipidescu T. M. (IV: 395, 400, 13, 8), Gheorghiu A. M. (IV: 400, 13), Gusti St. (IV: 395), Nicolae A. (IV: 395), Stoianovici I. S. (IV: 414), Stroe R. G. (IV: 384, 413), Vitănescu I. C. (VI: 384). — *Clasa V-a:* Aldea V. (V: 489). — *Clasa VI-a:* Adrian M. E. (VI: 472), Bărbulescu M. V. (VI: 472, 5), Bârlea-Suhăţeanu V. (VI: 437, 8*, 9, 56*, 7, 75, 6, 8, T. c.: 195, 209), Beştoiu I. N. (VI: 449) Boeru C. A. (VI: 451, 6, 7, 72), Chintescu M. M. (IV: 449), Dracomir E. A. (VI: 457, 75), Filoti M. (VI: 472, 5), Georgescu C. F. (VI: 449, 72), Lăcătuş G. V. (VI: 472), Mastero L. (VI: 472, 5), Nicolaescu S. M. (VI: 449, 72, 5), Pleşea I. H. (VI: 449, 50), Popescu V. C. (VI: 472, 5), Predoiu P. N. (VI: 451, 66, 75), Şerban C. C. (VI: 456, 7, VIII: 289, T. c.: 195), Vijelie G. E. (VI: 452*, 6, 7, 66). — *Clasa VII-a:* Staicu I. N. (VII: 398, 400, 1, 2, 3).

Liceul „Petru Rareş" Piatra-Neamţ.

Clasa VI-a: Călin G. I. (VI: 449, 50, 1, 3, 4, 64).

Liceul „I. C. Brătianu" Piteşti.

Clasa IV-a: Aurelian C. T. (IV: 417), Popescu G. M. (IV: 393, 5, 400, V: 459, 60, 1, 3*, VI: 456, 7). — *Clasa VII-a:* Constantinescu D. G. (VII: 390).

Liceul „Sf. Petru şi Pavel“ Ploeşti.

Clasa VII-a: RĂDULESCU R. A. (VII: 391, 8, 402, 3), VASILESCU G. (VII: 390).

Liceul de băeţi din Rădăuţi.

Clasa VII-a: HALIP I. Z. (VII: 400).

Liceul „Alex. Lahovari“ Râmnicul Vâlcea.

Clasa V-a: ANDREESCU G. I. (V: 502).

Liceul „Mihail Eminescu“ Satu-Mare.

Clasa VIII-a: STRENE A. A. (VIII: 286, 300).

Liceul „Gh. Lazăr“ Sibiu.

Clasa VI-a: STĂNCULESCU C. E. (436, 50, 3, 6).

Liceul „Principele Nicolae“ Sighişoara.

Clasa VII-a: ROŞALĂ I G. (T. c.: 209), DEAC G. (VI: 450, 3*, T. c.: 209).

Liceul „Rudu Greceanu“ Slatina.

Clasa VII-a: LUNGA R. P. (VII: 402, 3).

Liceul militar „Mihai Viteazul“ Târgu-Mureş.

Clasa III-a: MIHALCU I. (III: 62, 72, 4, 5), TEODORESCU C. (III: 72). *Clasa IV-a:* NICULESCU I. T. (IV: 416), OPREA D. G. (IV: 413, 6), VODISLAV M. C. (IV: 413). — *Clasa V-a:* RAFIROIU R. (V: 460. — *Clasa VII-a:* TODIRICĂ V. C. (VII: 398, 400, 1, 2).

Liceul „Papiu Ilarian“ Târgu Mureş.

Clasa III-a: LAZĂR G. N. (III: 62, 5), MANIU E. L. (III: 62), MANIU L. (III: 62), PAICU D. (III: 62, 5), STOICA M. (III: 62, 5). — *Clasa VI-a:* PINTEA E. E. (IV: 393, 4, 5, 6, 7, 8, 9).

Liceul „D. A. Sturdza“ Tecuci.

Clasa VI-a: SBÂRNEA D. G. (VI: 472, 5, 8, 81, 6). — *Clasa VII-a:* MOCANU C. (VII: 244).

Liceul „C. Diaconovici Loga“ Timişoara.

Clasa IV-a: PLAPŞA A. (IV: 393, 5, 6), SCHMIDT A. E. (IV: 393, 417, 8). — *Clasa VI-a:* BAKONYI C. (VI: 464, 5, 72, 5, 6, 7).

Liceul „Piarist" Timişoara.

Clasa VI-a: Fenyves C. G. (VI: 462, 4, 86, 7, 8, 94).

Liceul „Principele Carol" Tulcea.

Clasa VII-a: Gheorghiu O. (VII: 408, T. c.: 191, 5).

Liceul „Sf. Haralambie" Turnu-Măgurele.

Clasa VI-a: Hagiescu M. (VI: 450, 3*), Vaituş O. T. (VI: 450*, 1*, 3, 6, 67*). — *Clasa VII-a:* Stoga D. M. (VII: 398, 401, 6, VIII: 289).

Liceul „Traian" Turnu-Severin.

Clasa IV-a: Dumitrescu G. (IV: 417, 8). — *Clasa VI-a:* Cruceru G. C. (VI: 410*, 65, 75, 92*), Ionescu P. M. (VI: 450, 3, 66, 9), Mihail I. G. (VI: 436, 64, 5, 72, 8, 80, 95), Vintilă N. I. (VI: 464, 6, 86).—*Clasa VIII-a:* Zaharia P. (VIII: 296*).

EXERCIŢII PROPUSE

Soluţiile exerciţiilor propuse în acest număr se primesc până la 1 August 1939

Clasa III-a. *Exerc. 82.* Pe laturile AB, AC ale patratului ABCD, se construeşte în afară triunghiurile echilaterale ABE şi ACF. Se ridică în A o perpendiculară AG pe AE şi din F o perpendiculară FG pe AG, care se întâlnesc în G. Să se arate că AG este umătate din latura patratului.

N. M.

III. 83. Fie $\overline{AC}$ şi $\overline{BD}$ două coarde egale în acelaşi cerc; să se arate că se poate construi un trapez cu aceste coarde.

N. M.

III. 84. Două drepte D_1 şi D_2 se întâlnesc în O; două cercuri, duse prin O, taie dreptele în A_1, A_2 şi B_1, B_2. Coardele $\overline{A_1A_2}$ şi $\overline{B_1B_2}$ sunt proporţionale cu razele cercurilor.

N. M.

III. 85. Desemnați exact două dreptunghiuri; apoi, desemnați — tot exact — un patrat a cărui suprafață să fie diferența suprafețelor celor două dreptunghiuri date.

V. GH.

III. 86. Să se afle distanța dintre punctele de reazăm ale unei scări duble cu brațele de câte 5 m știind că cu această scară ajunge la tavanul unei camere înaltă de 4,5 m.

V. GH.

III. 87. Un trapez isoscel ABCD are baza mică $\overline{AB} = 5$ și baza mare $\overline{AD} = 13$, înălțimea de 4. Pe laturile neparalele se construesc în exterior patratele BCEF și ADGH. Să se calculeze aria HGDCEF.

C. I. B.

Clasa IV-a. *Exerc. 432.* Se dă un paralelipiped dreptunghiu ale cărui dimensiuni sunt *a*, *b*, *c*. Se unesc două câte două prin linii drepte centrele fețelor acestui paralelipiped. Ce corp geometric se obține?

Să se calculeze raportul dintre suprafața laterală, totală și volumul paralelipipedului dat (respectiv) către suprafața laterală, totală și volumul corpului rezultat.

V. GH.

IV. 433. La ce distanță dela vârf trebue tăiată o piramidă înaltă de 6 m cu baza patrat de latură 4 m, pentru ca volumul triunghiului să fie $\frac{2^3}{3^3}$ 100 m^3?

N. M.

IV. 434. Care este suprafața unui triunghiu echilateral, dacă uprafața cercului circumscris este cu 5,5275 m^2 mai mare?

N. M.

IV. 435. Intr'un triunghiu dreptunghiu se notează a ipotenuza, b, c catetele şi $2p$ perimetrul.

Să se verifice relaţia?

$$(a - b)\ (a - c) = 2\ (p - a)^2.$$

N. M.

IV. 436. Un turn format dintr'un cilindru de rază 3 m şi terminat cu un con, e înalt de 4 m. Dacă volumul total este de 56,520 m^3, care sunt volumele parţiale?

N M.

IV. 437. Se dau două cercuri concentrice (C) şi (C') de raze respectiv r şi R şi centru O. Fie A un punct pe cercul (C). Dreapta OA taie cercul (C') în B. Să se determine pe AB un punct D astfel încât lungimea cercului de rază OD, adunată cu lungimea cercului (C) şi cu $\overline{AD}$, să dea lungimea cercului (C') plus $\overline{DB}$.

C. I. B.

IV. 438. Adăugând *1* lăţimii unui paralelipiped dreptunghiu găsim lungimea; adăugând *7* găsim înălţimea; adăugând *3* găsim muchia unui cub a cărui diagonală este egală cu diagonala paralelipipedului.

C. I. B.

IV. 439. Un con circular drept de rază r şi înălţime h îl tăiem cu un plan de secţiune, care taie înălţimea SO în punctul I. In planul cercului de bază tragem un cerc cu centrul în O şi cu raza OI şi construim pe el un cilindru drept cu înălţimea $\overline{SI}$, al cărui volum îl însemnăm cu V_1. Dacă însemnăm asemenea cu V volumul cilindrului având ca bază cercul (I) de secţiune şi limitat la baza conului, să se determine punctul I astfel ca V_1 să fie a n o parte a lui V.

O. N. Ţ.

IV. 440. In cercul O de bază al conului circular drept cu vârful în S ducem diametrul $\overline{AA'}$ şi o coardă $\overline{BC}$ perpendiculară pe AA' în punctul I; apoi un cerc concentric cu (O) de rază cât $\overline{AI}$,

în care înscriem triunghiul echilateral MNP. Să se determine punctul I astfel ca raportul volumelor piramidelor SABC şi SMNP să fie un număr dat k. Discuţiune asupra posibilităţii problemii.

O. N. Ţ.

IV. 441. Se consideră trunchiurile de con de înălţime dată h, pentru care lungimile cercurilor de bază fac împreună o lungime dată L. Se consideră cilindrii făcuţi pe *baza mare* şi pe *baza mică* a fiecărui trunchiu de con cu înălţimea cât a trunchiului (înscris trunchiului de con şi exînscris trunchiului de con). 1. Să se arate că nu este nici un trunchiu de con astfel ca volumul său să fie media aritmetică a volumelor celor doi cilindri corespunzători; 2. Să se determine acela pentru care aria laterală a sa este media aritmetică a ariilor laterale ale celor doi cilindri corespunzători; apoi acela pentru care aria laterală este cât $\frac{2}{3}$ din această medie aritmetică. Discuţie.

O. N. Ţ.

Clasa V-a. *Exerc. 507.* Dacă $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$, avem şi

$$\sqrt{a+b}+\sqrt{b+c}+\sqrt{c+a}=0$$

şi invers (radicalii pot fi luaţi cu dublu semn).

N. M.

V. 508. Se consideră un triunghiu ABC înscris în cercul (O). Paralela din A la BC retaie cercul (O) în A'; fie β, γ simetricile lui A' faţă de diametrii BO, CO.

Bβ taie pe AC în N şi Cγ taie pe AB în P.

Să se arate că triunghiurile ABN şi ACP sunt isoscele.

N. M.

V. 509. Să se rezolve sistemul:

$$ab(bx+ay)=ab(ab+xy)=b^2x^2+a^2y^2.$$

N. M.

V. 510. Un patrat are latura dată de a. Să se scrie în patrat un dreptunghiu a cărui arie să fie $\frac{a}{n}$.

C. I. B.

V. 511. Să se determine înălțimea unui trapez isoscel cu bazele lungi de a și b astfel încât aria să fie $\frac{1}{m}$ din aria patratului cu latura egală uneia din laturile neparalele ale trapezului.

C. I. B.

V. 512. Diagonalele unui patrulater sunt perpendiculare între ele și se taie în punctul O. Să se arate că proiecțiile punctului O pe laturile patrulaterului formează un patrulater inscriptibil.

G. D. S.

V. 513. Fiind date două cercuri egale O și O' de rază R, să se ducă o secantă comună, pe care cele două cercuri determinând două coarde $\overline{AB}$ și $\overline{A'B'}$; aceste coarde să satisfacă următoarelor două condițiuni:

1. *Suma coardelor să fie o lungime dată* l.

2. *Suma ariilor triunghiurilori soscele* AMB *și* A'M'B' *înscrise respectiv în cele două cercuri* (la unul baza fiind între centru și vârf, la cellalt centrul cercului fiind între bază și vârf) să fie egală cu Rl. Discuțiune.

O. N. Ț.

V. 514. Fiind dat în plan segmentul $\overline{AB}$ să se construiască triunghiul ABC, cunoscând suma înălțimilor adiacente bazei $\overline{AB}$ și raportul celorlalte două laturi ale triunghiului. Discuțiune.

O. N. Ț.

V. 515. Să se determine razele a două cercuri (O) și (I) ortogonale de centre O și I astfel ca secanta trecând prin un punct de intersecție al lor și limitată la aceste cercuri să aibă o lungime dată. Discuțiune.

O. N. Ț.

V. 516. Pe un segment de dreaptă $\overline{AB}$ dat în plan, să se construiască un triunghiu ABC ştiind că unghiul C are o măsură dată α, iar diferenţa patratelor construite pe medianele adiacente bazei AB este o arie dată k^2.

O. N. Ţ.

V. 517. Fiind date două puncte A şi B în plan, să se construiască un triunghiu ştiind că diferenţa patratelor construite pe medianele AA' şi BB' este o arie dată a^2, iar raportul laturilor AC şi BC un număr dat k. Discuţiune.

O. N. Ţ.

V. 518. Se dă un cerc (Γ) de rază R şi un diametru $\overline{MN}$ al lui.

Să se construiască două cercuri (O) şi (I), cu centrele O şi I pe MN tangente între ele şi astfel ca ducând prin punctul de tannenţă al lor o secantă, lungimea acestei secante să fie o lungime dată $2l$, iar ariile triunghiurilor determinate de coardele secantei cu centrele cercurilor respective să facă împreună o arie dată a^2.

Discuţiune.

O. N. Ţ.

Clasa VI-a. *Exerc. 496.* Se consideră o foaie de hârtie dreptunghiulară de dimensiuni a, b. Această foaie se înfăşură după diverşi cilindri astfel în cât două vârfuri opuse ale dreptunghiului să cadă fiecare pe câte unul din cercurile de bază ale cilindrului, iar celelalte două vârfuri să cadă pe aceeaşi generatoare. Se cere expresia suprafeţei laterale a acestor cilindri, precum şi valorile cea mai mare şi cea mai mică, pe care le poate avea această suprafaţă.

V. Gh.

VI. 497. Intr'un triunghiu dreptunghiu, avem relaţia:

$$(r^2 - r_b^2)(r^2 - r_c^2) = 4Sr^2$$

notaţiile fiind cele obişnuite.

N. M.

VI. 498. Intre elementele unui triunghiu avem, relaţia:

$$\Sigma (p-a)[(p-b)^2-r^2][(p-c)^2-r^2] = 4Sr^3.$$

N. M.

VI. 499. Intr'un triunghiu oarecare avem:

$$ab(\cos^2 B + \cos^2 C) = (b^2 - c^2)\cos C + a^2 \cos B \cos(B-C)$$

$$ac(\cos^2 B + \cos^2 C) = (b^2 - c^2)\cos B + a^2 \cos C \cos(B-C).$$

N. M.

VI. 500. Se dă un triunghiu oarecare ABC. Prin vârful A se duc două drepte, limitate la latura BC, anume AM, AN astfel ca

$$\sphericalangle BAM = \varphi \quad \text{şi} \quad CAN = \theta.$$

Ce relaţie trebue să existe între φ şi θ pentru ca să avem:

$$\overline{BM} = \overline{MN} = \overline{NC}.$$

Să se determine unghiul φ în cazul când $\theta = 2\varphi$ astfel ca să avem:

$$\overline{BM} = \overline{MN} = \overline{NC}.$$

O. N. Ţ.

VI. 501. Să se afle aria unui poligon cu *36* laturi înscris într'un cerc de rază *36*.

C. I. B.

VI. 502. Un cerc cu centrul O are raza necunoscută. Fie dat un punct A. Dreapta OA taie cercul în B.

Dacă $\overline{AB} = 5$, iar tangenta dusă din A la cerc face cu OA un unghiu de 10^0, să se determine aria cercului.

C. I. B.

VI. 503. Intr'o sferă de rază R să se ducă două plane de secţiune astfel ca distanţa între ele să fie cât latura patratului înscris într'un cerc mare, iar aria laterală a trunchiului de con, care are

cercurile de secţiune ca baze să fie egală cu $\frac{1}{2}$ din media aritmetică a ariilor laterale ale cilindrilor construiţi pe baza mică şi pe baza mare cu aceeaşi înălţime cu trunchiul de con.

Discuţiune.

O. N. Ţ.

VI. 504. Pe un segment de dreaptă $\overline{AB}$ dat în plan să se construiască un triunghiu ACB astfel ca diferenţa unghiurilor adiacente la baza $\overline{AB}$ să fie egală cu unghiul dat α; apoi construind pe latura AC şi BC triunghiuri isoscele AMC şi BNC astfel ca

$$\sphericalangle AMC = \pi - 2 \sphericalangle ABC \quad \text{şi} \quad \sphericalangle BNC = \pi - 2 \sphericalangle BAC,$$

segmentul $\overline{MN}$ să fie egal cu $n \cdot \overline{AB}$.

Discuţiune.

O. N. Ţ.

VI. 505. Pe un segment de dreaptă $\overline{AB}$ dat se construiesc triunghiuri ABC, iar pe laturile $\overline{AC}$ şi $\overline{BC}$ se construiesc triunghiurile isoscele AMC şi BNC având respectiv unghiurile dela vârf egale cu

$$(\pi - 2 \sphericalangle ABC) \quad \text{şi} \quad (\pi - 2 \sphericalangle BAC).$$

Să se determine triunghiul ACB astfel ca raportul între $\overline{MN}$ şi $\overline{AB}$ să fie un număr dat m, iar raportul ariilor triunghiurilor AMC şi BNC să fie egal cu de K^3 ori raportul proiecţiunilor lui $\overline{AB}$ pe $\overline{AC}$ şi $\overline{BC}$.

Discuţiune.

O. N. Ţ.

VI. 506. Fie ABC un triunghiu oarecare şi A', B', C' picioarele înălţimilor. Notăm cu S_a, S_b, S_c respectiv ariile patrulaterelor BCB'C', ACA'C', ABA'B'.

Să se demonstreze relaţia:

$$\frac{a S_a}{\sin^3 A} = \frac{b S_b}{\sin^3 B} = \frac{c S_c}{\sin^3 C}.$$

Gh. D.

VI. 507. Fie ABC un triunghiu oarecare şi A', B' picioarele bisectoarelor relative la vârfurile A, B. Notăm cu A_1 piciorul înălţimii vârfului A.

Să se calculeze aria patrulaterului $AB'A'A_1$ cu ajutorul elementelor triunghiului ABC.

GH. D.

Clasa VII-a. *Exere. 426.* Să se studieze variaţiunea funcţiunii y dată de ecuaţiunea:

$$x^3 + y^2 = 1$$

şi să se construiască curba corespunzătoare.

V. GH.

VII. 427. Să se verifice formula:

$$xf'_x + yf'_y = f(xy)$$

pentru funcţiunea:

$$f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{x + y} + \sqrt{xy} + x \operatorname{arctg} \frac{x}{y} + y \operatorname{arctg} \frac{y}{x}.$$

N. M.

VII. 428. Fie mişcarea definită de ecuaţia:

$$x = \sqrt{\alpha t + \beta - 2\cos t},$$

între spaţiul x, viteza v şi acceleraţia a avem relaţia:

$$ax + v^2 = \cos t.$$

N. M.

VII. 429. Pe un cerc de rază *5 km* se consideră mişcarea definită de ecuaţia:

$$S = t^3 - 5t^2 + 7t - 3.$$

Să se determine: *a)* Acceleraţia la momentul $t = 5$ secunde; *b)* Arcul de cerc străbătut în intervalul ($t = 2$ secunde, $t = 5$ secunde), în grade.

(Unitatea de măsură este metrul).

C. I. B.

VII. 430. Se consideră mişcarea rectilinie definită de ecuaţia

$$S = at^2 + bt + c.$$

Să se determine momentele pentru care lungimea spaţiului este egală cu mărimea vitezei; apoi luând media acestor momente ca moment iniţial să se scrie ecuaţia mişcării.

C. I. B.

VII. 431. Se consideră mişcările rectilinii:

$$S = at^2 + bt + c \quad , \quad S = ct^2 + b + a.$$

1. Să se determine: *a)* momentele când cele două mobile se ciocnesc; *b)* momentul când mobilele au vitezele egale.

2. Ce se poate spune despre cele două mobile, dacă acceleraţiile lor sunt egale?

C. I. B.

VII. 432. Sunt date două cercuri (O) şi (I), de centre respectiv O, I şi de rază R, *r*. Pe cercul I se mişcă un punct M. Din M ducem tangentele $\overline{MM}$ şi $\overline{MN'}$ la cercul O (N şi N' fiind punctele de contact).

Să se studieze variaţiunea înălţimii $\overline{MP}$ a triunghiului MNN'. Discuţiune.

O. N. Ţ.

VII. 433. Să se studieze variaţia funcţiunii:

$$y = \sqrt{y - x^2} + x$$

şi să se reprezinte grafic.

G. D. S.

VII. 434. Să se studieze variaţiunea funcţiunilor:

$$y = \sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} \quad \text{şi} \quad z = \frac{x^2}{4} + \frac{1}{x^2}$$

şi să se arate că reprezentând curbele acestor variaţii sunt simetrice faţă de prima bisectoare.

C. I. Ţ.

VII. 435. Fie ABCD un romb dat, unul din unghiuri fiind egal cu 2α. Prin O punctul de întâlnire al diagonalelor, ducem două drepte perpendiculare una pe alta care determină pe laturile AB, BC, CD, DA respectiv punctele D, E, F, G.

Să se studieze variația ariei patrulaterului DEFG, însemnând unghiul DOA cu φ.

Discuțiune.

O. N. Ț.

Clasa VIII-a. *Exerc. 317.* Una din diagonalele patrulaterului, ale cărui laturi au ecuațiunile:

$$ax + by = 0 \quad , \quad ay + bx = 0 \quad , \quad (a + b\lambda)\,x - b\,(\alpha\lambda - \beta) = 0$$
$$(b + a\lambda)\,x - a\,(\alpha\lambda - \beta) = 0,$$

trece printr'un punct fix.

N. M.

VIII. 318. Să se stabilească natura conicelor

$$(2\lambda + 3)\,(x^2 + 6y) + 2\,(\lambda + 3)\,(y^2 + x) - 1 = 0.$$

Să se arate că locul centrelor lor este o hiperbolă echilateră cu centrul în origine și asimptote OX, OY.

N. M.

VIII. 319. Să se rezolve sistemul:

$$x^2 + 2xy + 3y^2 - 5x + 7y = 24$$
$$3x^2 + 4xy - y^2 + 6x - 2y = 9.$$

C. I. B.

VIII. 320. Se consideră ecuațiunea:

$$3x^4 - 7x^3 + 5x^2 - 6x + 9 = 0.$$

Să se transforme într'o ecuațiune de forma:

$$x^4 + Ax^2 + Bx + C = 0.$$

C. I. B.

VIII. 321. Să se scrie ecuațiunea parabolei care trece prin origină, prin punctul $M(a, b)$ și este simetrică față de dreapta

$$y = mx + n.$$

C. I. Ț.

VIII. 322. Să se scrie ecuațiile tangentelor comune ale curbelor :

$$(E)\quad \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}-1=0 \quad \text{și} \quad (C)\quad x^2+y^2-9=0.$$

Să se calculeze ariile triunghiurilor determinate de o tangentă comună cu fiecare din punctele de intersecție ale curbelor.

C. I. Ț.

VIII. 333. Fie un cerc dat O, o dreaptă dată Δ și un punct M variabil pe cercul O. Din M, ducem coarda $\overline{MN}$ paralelă cu dreapta Δ, și pe $\overline{MN}$ luăm punctul P astfel că $\frac{\overline{PM}}{\overline{PN}}=-k$. Să se găsească și să se construiască locul punctului P. Cazuri particulare interesante.

O. N. Ț.

VIII. 334. Se dă elipsa care are ca ecuațiune

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-1=0$$

și cercurile concentrice având razele a și b. Bisectoarea întâia a unghiului axelor taie cercul de rază a în punctul A, iar bisectoarea a doua taie cercul de rază b în punctul B.

1. M fiind un punct variabil pe elipsă să se exprime coordonatele lui M în funcțiune de unghiul φ, pe care îl formează raza OQP [Q pe cercul mic și P pe cercul mare] cu axa mare a elipsei ; punctele Q și P fiind pe paralelele, la axele elipsei, care determină punctul M.

2. Să se studieze variația ariei triunghiului ABM.

G. G. C.

Pentru toate clasele. *Exerc. 218.* Dacă φ_i (I) și σ_i (I) reprezintă numărul numerelor prime cu I și mai mici ca el și suma acelor numere, de ordinul i, atunci :

$$\varphi_7[\sigma_2(1939)] = 2^{27}.$$

I. L.

T. C. 219. Să se arate că *1939* nu poate să fie un număr perfect impar.

I. L.

T. C. 220. Numărul *1939* poate să facă parte din şirul lui FIBONACCI ?

I. L.

T. C. 221. Se cere să se găsească numărul *abcd* al cărui produs cu *6* este *dcba*.

GH. B.

T. C. 222. Să se găsească, fără a întrebuinţa metoada extragerii rădăcinii patrate, care este numărul N al cărui patrat este

$$P = 148842976814884.$$

Să se găsească forma generală a numerelor P.

O. N. Ţ.

T. C. 223. Să se determine un număr N astfel că punându-l de p ori unul după altul şi scăzând din numărul astfel format produsul $(N \times p)$, numărul rezultat, adică

$$P_p \equiv \underbrace{NN \ldots N}_{p \text{ ori}} - (p \times N)$$

să fie un pătrat perfect; $p = 1, 2, 3, 4$.

O. N. Ţ.

T. C. 224. Să se demonstreze că nu există valori de n, întregi şi pozitive, pentru care să avem:

$$10^n + 1 = 7A^2,$$

A fiind un număr întreg evident.

O. N. Ţ.

T. C. 225. Dacă n şi A sunt numere întregi pozitive, egalitatea

$$(10^{2n} + 2)(10^n + 1)^2 + 2 = 2A^2$$

este imposibilă.

O. N. Ţ.

INSTRUCȚIUNI

a) Soluțiile exercițiilor se vor scrie cu cerneală, pe sferturi de coală și numai pe o parte a foii.

Dacă va fi nevoie de mai multe foi pentru soluționarea unui exercițiu, ele se vor coase sau lipi în partea stângă. Figurile, ce vor fi necesare pentru urmărirea exercițiului se vor construi îngrijit, cu cerneală sau tuș, pe foi aparte, având formatul arătat mai sus și se vor coase sau lipi odată cu soluția.

Nu se vor trimite soluțiile mai multor exerciții pe aceeași foaie.

b) Redactarea soluțiilor se va face astfel:

Sus, se vor scrie numărul exercițiului, dedesubt enunțul astfel cum e publicat în revistă, cu inițialele propunătorului, apoi soluția clar compusă, iar la sfârșit, iscălitura rezolvitorului în ordinea următoare:

Nume de botez complet, inițiala părintelui, numele de familie, însoțit de clasa și școala pe care o urmează.

c) Nu se vor lua în considerare soluțiile iscălite de 2 sau mai mulți corespondenți, nici soluțiile exercițiilor propuse la clase inferioare aceleia în care corespondentul se află. Pentru redijarea soluțiilor se pot vedea indicațiile din Nr. 1, Vol. IV.

d) Soluțiile se primesc timp de 3 luni dela propunerea exercițiului, numai dela abonații „Suplimentului cu Exerciții" al Gazetei Matematice, pe adresa Casa Gazeta Matematică. Calea Griviței 158, București 2.

Drepturile de reproducere rezervate Societății «Gazeta Matematică».

Elevii claselor VI, VII și VIII, cu bogată activitate la această revistă își pot lărgi cadrul activității soluționând probleme din „Gazeta Matematică".

In Biblioteca „Gazetei Matematice" au apărut și se găsesc la adresa indicată mai sus, următoarele:

III. **N. Abramescu,** Lecțiuni elementare de Algebră superioară, pentru clasa VIII-a științifică, Ediția VI-a . . . . . Lei 120

VIII. **A. G. Ioachimescu,** Culegere de Probleme de Algebră. Partea I. Ediția IV-a revăzută și mărită . . . . . Lei 120

IX. **G. Em. Filipescu, A. G. Ioachimescu, I. Ionescu, T. Lalescu și C. Țițeica,** Vocabular Matematic . . . . . Lei 20

X. **G. Țițeica,** Culegere de Probleme de Geometrie . . Lei 150

XI. **Gazeta Matematică** 1895—1935. Istoric, învățăminte. Volum jubilar (500 pag.) . . . . . { pentru particulari . . . . Lei 200 / pentru abonații G. M. și S. G. M. . . Lei 150

XII. **V. Cristescu,** Culegere de Probleme de Trigonometrie. Partea I. (Goniometrie) revăzută și adăugită de *Gh. Th. Gheorghiu* . . . Lei 95

XIII. **I. Ionescu,** Culegere de Probleme de Aritmetică. Partea I. Aritmetica rațională . . . . . Lei 190

XIV. **V. Cristescu,** Culegere de Probleme de Trigonometrie. Partea I-a. (Trigonometrie plană). Ediția II-a revăzută și adăugită de *Gh. Th. Gheorghiu* . . . . . Lei 125

Suplimentul cu Exerciții { Abonamentul anual (9 numere) . . Lei 50 / Un an vechi (9 numere) Lei 100

„Gazeta Matematică" apare la 15 ale fiecărei luni. Abonamentul de 200 lei anual, se plătește înainte și începe dela 15 Septemvrie, oricând s'ar face achitarea lui în cursul anului și nu se face pe termene mai scurte de un an.

Abonamentele și toată corespondența se trimite pe adresa:

Societății „GAZETA MATEMATICĂ"

Casa Gazeta Matematică. — Calea Griviței No. 158. — București 2.

M. O., IMPRIMERIA NAȚIONALĂ. — C. 55.448

„ASOCIAȚIUNEA"
1938/39

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIȚII

ANUL V. No. 9 1 IUNIE 1939

SOCIETATEA GAZETA MATEMATICĂ
CALEA GRIVIȚEI, 158. BUCUREȘTI 2. — TELEFON 3-9803

IN BIBLIOTECA ISTORICĂ A „GAZETEI MATEMATICE"

A APĂRUT:

ELEMENTELE LUI EUCLID

(Cărţile I — VI de Geometrie plană)

TRADUSĂ DIN LIMBA GREACĂ

DE

V. MARIAN

Preţul 160 lei

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL V. No. 9 — 1 IUNIE 1939

ABONAMENTUL LEI 50 PE AN (9 numere)

Soluţii, abonamente şi orice corespondenţă pe adresa:

Casa «Gazeta Matematică», Calea Griviţei 158. — Bucureşti 2

REZULTATUL

CONCURSULUI „GAZETEI MATEMATICE“ DIN ANUL 1939

1. Concursul din anul acesta este al 30-lea concurs ţinut de *Gazeta Matematică* în timpul celor 44 ani de existenţă.

La început, în anii 1902 şi 1904 s'au acordat premii în bani sau în cărţi celor mai buni corespondenţi, clasificaţi după activitatea lor în revistă. In anul următor, la 3 Aprilie 1905 se ţine primul concurs mai sistematic, candidaţii fiind obligaţi a trece probe scrise şi orale. Acest concurs, precum şi cele din următorii 3 ani s'au ţinut în diferite oraşe ale ţării. Incepând cu anul 1909 concursurile se ţin în Bucureşti luând forma lor actuală. Continuă în felul acesta, obţinând rezultate din ce în ce mai bune până în 1917 când concursul n'a mai putut fi ţinut din cauza războiului mondial. După o întrerupere de 4 ani seria de concursuri reîncepe în 1921 şi continuă până în 1930 când din cauza reformei învăţământului secundar de atunci, *Gazeta Matematică* prin conducătorii ei s'a simţit nevoită, nu fără un adânc regret, de a suprima concursul până în anul 1933. Iată ce scrie GEORGE ŢIŢEICA în numărul din Februarie 1930 sfârşind anunţul dureros al suprimărei temporare a concursului:

„Firește, nu renunţăm definitiv la ideia concursului anual, care a fost nu numai o desfătare intelectuală pentru toţi cei care urmăreau, ci mai presus de toate o întrezărire de talente dătătoare de speranţe. A fost şi nu putem pierde credinţa că va mai fi mijlocul cel mai bun de afirmare pentru o specialitate preparată totdeauna de elita liceelor noastre. Aşa să fie în viitor“.

Şi aşa a fost. Căci în 1933 în a cincea zi de Paşti elevii şi profesorii lor s'au întrunit din nou în Bucureşti spre a îndeplini lucrările concursului. Incepând din acest an, *Gazeta Matematică* a ţinut din nou concursul anual continuând până astăzi, şi încheind anul acesta o etapă frumoasă: al 30-lea concurs!

Acest bilanţ de muncă cinstită şi desinteresată se încheie cu o pagină dureroasă. Acela care a făcut rapoartele de închidere a concursului, afară de două când datoria nu-i dăduse răgaz să fie în Bucureşti, GEORGE ŢIŢEICA, nu mai este. Eram obişnuiţi să-l vedem printre noi supraveghind şi întrebând pe candidaţi, totdeauna dându-ne un sfat sau o îndrumare care era o încurajare pentru cei ce erau pe calea cea dreaptă şi o încercare de îndreptare pentru cei care erau pe calea greşită. Iată dece concursul de anul acesta a avut o atmosferă melancolică, iar masa comună tradiţională care încheie lucrările concursului, a fost tristă, lipsită de muzică, de dansuri naţionale şi mai ales lipsită de *„cuvântarea morală"*.

2. Anul acesta, după cum a fost anunţat în numărul din Februarie, au fost admişi la concurs 109 candidaţi, dintre care 3 candidate. S'au prezentat 99 şi au fost admişi să treacă proba orală 42. Dintre cei care nu au venit la concurs numai 7 au anunţat. Ba mai mult, chiar dintre cei prezenţi la teze au fost 4 candidaţi care au întârziat la proba de după amiază, deşi ora de începere a lucrărei a fost anunţată în *Gazetă*. Această neseriozitate a candidaţilor respectivi a fost pedepsită prin excluderea lor dela lucrări.

Ca nivel ştiinţific elevii s'au prezentat mai slab ca în anii precedenţi. Pe lângă faptul că unii dintre candidaţi nu au fost suficient pregătiţi, comisia a constatat că unora dintre ei, le lipseau cunoştinţa unor capitole întregi din materia clasei respective. Este evident că aceşti candidaţi nu au putut fi luaţi în considerare. Profităm de această ocazie spre a reaminti elevilor care au de gând să se prezinte la concursurile viitoare că *Gazeta Matematică* a format o programă analitică, ce se publică în fiecare an, şi în care sunt trecute capitolele din care sunt examinaţi.

3. Comisia examinatoare a fost alcătuită în felul următor: G-L GH. BUICLIU pentru Geometria Analitică la Anul Preparator al Şcoalei Politechnice; I. I. CHIŢULESCU pentru Geometria Descriptivă; G. G. CONSTANTINESCU pentru Algebră cl. IV; G. I.

DUMITRESCU pentru Trigonometrie şi Algebra cl. V şi VIII; GH. TH. GHEORGHIU pentru Algebră cl. VII şi Geometrie Analitică cl. VIII; C. IONESCU-BUJOR pentru Geometrie în spaţiu la cl. IV şi VI; N. N. MIHĂILEANU pentru Geometrie cl. V şi Complementele de Geometrie dela cl. VII; D. STOICA pentru Algebră la Anul Preparator. Deoarece D-l C. IONESCU-BUJOR nu a putut examina la oral fiind concentrat, elevii au fost examinaţi de D-l AD. GHEORGHIU.

Pe lângă membrii comisiunei examinatoare au mai luat parte la lucrări dintre membri: D-ra PREDUŢA BUNGEŢEANU şi D-nii E. ABASON, E. BOTEA, M. GHERMĂNESCU, LT.-COL. A. GHIMUŞ, GH. ILIESCU, LT. C. IONESCU-ŢIU, CĂP. C-DOR I. LINTEŞ, G-L GH. I. LITEANU, AL. NICULESCU, C. ORĂŞEANU, AL. PANTAZI, TR. POPP, AL. AL. ROŞU, GH. D. SIMIONESCU, GH. STAMATESCU, C. C. TEODORESCU, O. N. ŢINO, GH. VASILIU, M. VASILIU, CPT. C-DOR GR. ZAPAN dovedind astfel prin prezenţa lor interesul şi dragostea ce poartă concursului.

Deasemeni s'a remarcat în timpul lucrărilor orale prezenţa D-lor LT.-COL. C. PANĂ, GH. CĂLUGĂREANU, R. ŢIŢEICA, a domnilor Profesori precum şi a ofiţerilor însoţitori ai elevilor liceelor militare.

Ţinem să mulţumim cu această ocazie, Domnului Rector al Şcoalei Politechnice pentru îngăduirea ţinerei lucrărilor concursului în localul Şcoalei Politechnice, Direcţiei Şcoalelor Militare pentru aducerea şi întreţinerea elevilor în timpul concursului, D-lui G. THIERRIN care continuând tradiţia a găzduit şi anul acesta pe elevii liceelor civile veniţi din provincie. Pentru acelaşi motiv îi mulţumim şi D-lui D. STOICA.

4. Dintre candidaţii prezenţi anul acesta la concurs, comisiunea a găsit că au fost demni de premiere următorii:

I. Locul de frunte îl ocupă anul acesta harnicul nostru corespondent, D-l FLORESCU L. VICTOR, elev în clasa VIII al liceului militar „Nicolae Filipescu" din Târgovişte, având aproape toate probele foarte bune, din care s'a desprins o temeinică stăpânire a materiei. In special D-sa s'a dovedit a avea cunoştinţe întinse în Geometria Analitică. I se dau ca premii: M. H. ANDOYER. *Cours de mécanique céleste.* Vol. I şi II; EUCLIDE, *Elemente,* Vol. I, traducere de V. MARIAN; I. IONESCU, *Istoricul învăţământului*

ingineriei în România; G. ŢIŢEICA, *Culegere de probleme de geometrie analitică;* E. VESSIOT et P. MONTEL, *Cours de mathématiques générales.* Vol. I şi II.

II. In locul al doilea s'a clasificat D-l RĂDULESCU GH. OCTAVIAN elev în clasa VIII tot la liceul militar „Nicolae Filipescu" din Târgovişte, pentru probele foarte bune de Geometrie Analitică şi pentru cel mai bun oral la Algebră. I se dau ca premii: P. APPEL, *Cours de mécanique*; FR. ENRIQUES et O. CHISINI, *Courbes et fonctions algébriques d'une variable*; EUCLIDE. *Elemente,* Vol. I, traducere de V. MARIAN; A. GRIGNON, *Traité de cosmographie*; I. IONESCU, *Lucrările publice la Romani sub Impăratul* TRAIAN; G. ŢIŢEICA, *Culegere de probleme de geometrie analitică*;

III. In locul al treilea vine D-l POPA TEODOR, elev în clasa IV al liceului „Moise Nicoară" din Arad pentru probele foarte bune de Algebră şi foarte bune răspunsuri orale la Geometrie. Candidatul promite mult pentru viitor. I se dau ca premii: *Gazeta Matematică,* Volum Jubilar; F. G. M. *Manuel de trigonométrie*; I. IONESCU, *Isac Newton*; G. PAPELIER, *Formulaire*; G. PAPELIER, *Exercices de géométrie moderne.*

IV. In locul al patrulea vine D-l COSTESCU GH. IOAN, elev în clasa VII dela liceul „Mihail Eminescu" din Bucureşti pentru probele foarte bune de Geometrie Descriptivă şi bune de Algebră. I se dau ca premii: TH. CARONNET, *Exercices de géométrie*; *Gazeta Matematică,* Volum Jubilar. I. IONESCU, *Viaţa lui* EULER; F. PERRIN, *Mécanique statistique quantique.*

V. In locul al cincilea vine D-l IONESCU D. STELIAN, elev în clasa VII la liceul „Ştefan cel Mare" din Cernăuţi pentru probe foarte bune de Geometrie Descriptivă şi destul de bune de Algebră. I se dau ca premii: F. G. M. *Manuel de mécanique*; I. IONESCU, *Reforma calendarului*; E. ROUCHÉ et CH. DE COMBEROUSSE, *Traité de géométrie (Géométrie dans l'espace)*; G. ŢIŢEICA, *Culegere de probleme de geometrie analitică.*

VI. In locul al şaselea vine D-l DRĂGHICESCU P. PAUL, elev în clasa V dela liceul militar „General Makarovici" din Iaşi, pentru probele orale şi scrise bune atât la Algebră cât şi la Geometrie. I se dau ca premii: A. ANGELESCU, *Lecţiuni de calcul diferenţial*; *Exercices d'arithmétique, par une réunion de professeurs*; I. IONESCU, *Nomografia*; E. ROUCHÉ et CH. DE COMBEROUSSE, *Traité de géométrie (Géométrie plane).*

VII. In locul al şaptelea vine D-l GLIGOR N. IOAN, dela liceul „Moise Nicoară“ din Arad, pentru răspunsurile orale foarte bune la Geometrie şi bune la Trigonometrie. I se dau ca premii; P. AUBERT et G. PAPELIER, *Exercices et épures de géométrie descriptive*; *Cours d'algèbre élémentaires, par une réunion de professeurs*; I. IONESCU, *Geometrografia*.

5. Din restul candidaţilor s'au distins câţiva, numai la câte o materie sau numai la unele din probe. Dintre aceştia comisiunea a hotărît să acorde menţiuni următorilor candidaţi:

Clasa IV. CONSTANTINESCU EMIL, dela liceul „Gheorghe Şincai“, din Bucureşti, pentru lucrarea scrisă de Algebră. I s'au acordat volumele: *Gazeta Matematică*, Volum Jubilar; G. PAPELIER, *Formulaire*.

STOIANOVICI I. ŞERBAN, dela liceul „Nicolae Filipescu“ din Târgovişte, pentru probele orale. I s'au acordat volumele: A. ANGELESCU, *Lecţiuni de calcul diferenţial*; *Gazeta Matematică*, Volum Jubilar.

Clasa V. ARENDT R. EMIL, dela liceul „Nicolae Filipescu“ din Târgovişte, pentru probele orale. I s'au acordat volumele: *Gazeta Matematică*, Volum Jubilar; I. IONESCU, *Beton Armat*.

FLOREŞTEANU ALEXANDRU, dela acelaşi liceu, pentru oralul de Geometrie. I s'au acordat volumele: A. ANGELESCU, *Lecţiuni de calcul diferenţial*; I. IONESCU, *Beton Armat*.

Clasa VI. MĂRGĂRIT NICOLAE, dela liceul „Schewitz-Thierrin“ din Bucureşti, pentru oralul de Trigonometrie. I s'au acordat volumele: *Cours de trigonométrie*, par une réunion de professeurs; I. IONESCU, *Beton Armat*.

Clasa VII. POPA D. MIRCEA, dela liceul militar „General Makarovici“ din Iaşi pentru cunoştinţe întinse la Complemente de Geometrie. I s'au acordat volumele: A. ANGELESCU, *Lecţiuni de calcul diferenţial*; *Gazeta Matematică*, Volum Jubilar.

Clasa VIII. BODNĂRESCU HORIA, dela liceul „Titu Maiorescu“ din Bucureşti, pentru oralul de Geometrie Analitică. I s'au acordat volumele: EUCLIDE, *Elemente*, Vol. I, traducere de V. MARIAN; I. IONESCU, *Beton Armat*.

6. Privind lista celor care s'au remarcat anul acesta trebue să facem două constatări. Spre deosebire de anii trecuţi în rândul celor de mai sus observăm că fiecare clasă îşi are câte un

reprezentant, deci împărţirea pe clase este mai omogenă. Dar ceea ce este mai interesant este repartiţia premianţilor pe licee şi pe regiuni. Intr'adevăr, spre deosebire de anii trecuţi când liceele militare aveau preponderenţă prin numărul premianţilor şi prin calitatea lor, anul acesta liceele civile deţin şi ele un loc de cinste. Este astfel o împlinire a unei vechi dorinţe a lui GEORGE ŢIŢEICA. Incheind cronica al celui de-al 30-lea concurs, urăm *Gazetei Matematice* viaţă lungă şi prosperitate dorindu-i ca în fiecare an să ţină acest concurs, iar generaţiilor de elevi ce se vor prezenta la el să fie din ce în ce mai bine pregătiţi.

GH. TH. GHEORGHIU.

EXERCIŢII REZOLVATE

Clasa III-a. *Exerc. 59.* Suma rămasă pentru a patra Duminică fiind cheltuită toată, aceasta însemnează că cei 4 lei reprezintă $\frac{4}{5}$, deci a parte oară a avut 5 lei pe care i-a cheltuit pe toţi.

Adunând la aceşti bani cei 7 lei cheltuiţi în Duminica a treia, obţinem 12 lei, reprezentând $\frac{3}{4}$, deci a avut în această Duminică 16 lei, din care a cheltuit 11.

Apoi $16+2=18$ lei reprezintă $\frac{2}{3}$ din bani pe care îi avea în Duminica a doua. Avea deci 27 lei, din care a cheltuit 11 lei.

In fine $27+1=28$ lei reprezintă o jumătate din suma primită în dar. A primit deci 56 lei şi a cheltuit din aceştia în prima Duminică 29 lei.

Această problemă, rezolvată pornind dela coadă spre cap, se zice că a fost rezolvată prin metoda retrogradă. Elevii găsesc alte exemple de acest fel de probleme în *Culegerea de probleme de Aritmetică de* I. IONESCU (Bibliot. G. M).

V. GH.

Clasa V-a. *Exerc. 479. Se dă patratul* ABCD. *Din* A *şi* B *ca centre cu* $\overline{AB}$ *ca rază se descriu două cercuri care se taie în* M *şi* N, M *fiind în interiorul patratului. Să se demonstreze că triunghiul* CMD *este asemenea cu* CBN, *iar* CND *este asemenea cu* CBM *şi să se găsească rapoartele de asemănare.*

GH. B.

Triunghiurile ANB, AMB fiind echilaterale prin construcţie, avem

$$\sphericalangle ABN = \sphericalangle ABM = \sphericalangle BAN = \sphericalangle BAM = 60^0.$$

Deci

$$\sphericalangle NBC = 150^0$$

şi cum triunghiul NBC este isoscel, rezultă

$$\sphericalangle CNB = \sphericalangle BCN = 15^0.$$

Dar DC este tangentă comună la cele două cercuri *egale* şi cum

$$\sphericalangle MAD = \sphericalangle MBC = 30^0$$

urmează

$$\sphericalangle MDC = \sphericalangle MCD = 15^0.$$

Triunghiurile CMD şi CBN având unghiurile egale sunt asemenea. Ele mai sunt şi isoscele. Pentru raportul de asemănare observăm în triunghiul CBM

$$\frac{CB}{CM} = \frac{\sin 75^0}{\sin 30^0} = \frac{\cos(-15^0)}{\sin 30^0} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}.$$

La fel se arată că triunghiurile CND, CBM sunt isoscele şi au unghiurile egale adică

$$\sphericalangle CND = \sphericalangle CBM = 30^0$$

$$\sphericalangle NCD = \sphericalangle NDC = \sphericalangle BCM = \sphericalangle BMC = 75^0.$$

Raportul de asemănare este

$$\frac{CM}{CN} = \frac{\sin CNM}{\sin CMN} = \frac{\sin 15^0}{\sin 105^0} = \frac{\sin 15^0}{\cos 15^0} = 2-\sqrt{3}.$$

V. 483. Notând x, y, z cele trei numere în care se desface S, avem:

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{S}{a+b+c}$$

$$x = \frac{aS}{a+b+c}, \quad y = \frac{bS}{a+b+c}, \quad z = \frac{cS}{a+b+c}.$$

Repetând operația cu x găsim:

$$\frac{a^2S}{(a+b+c)^2}, \quad \frac{abS}{(a+b+c)^2}, \quad \frac{acS}{(a+b+c)^2}, \text{ pentru } y$$

$$\frac{abS}{(a+b+c)^2}, \quad \frac{b^2S}{(a+b+c)^2}, \quad \frac{bcS}{(a+b+c)^2}, \text{ pentru } z$$

$$\frac{acS}{(a+b+c)^2}, \quad \frac{bcS}{(a+b+c)^2}, \quad \frac{c^2S}{(a+b+c)^2}.$$

Numerele finale sunt:

$$\frac{a^nS}{(a+b+c)^n}, \quad \frac{a^{n-1}bS}{(a+b+c)^n}, \quad \frac{a^{n-1}cS}{(a+b+c)^n}, \text{ etc.}$$

Forma lor generală este:

$$N_{i,j,k} = \frac{a^i b^j c^k S}{(a+b+c)^n} \qquad (i+j+k=n)$$

$(i, j, k = 1, 2 \ldots n)$.

C. I. B.

Clasa VI-a. *Exerc. 458.* Considerăm două sfere cu centrele în A și B, ale căror raze sunt respectiv d și d'. Exercițiul propus are soluții numai atunci când planul P intersectează aceste două sfere. Ca intersecții avem câte un cerc. Dacă cele două cercuri sunt secante, avem două puncte, M_1 și M_2; dacă sunt tangente, un singur punct M; dacă sunt exterioare sau interioare, niciunul.

In cazul al 2-lea, fie O' și O'' centrele celor două cercuri. Avem:

$$AO' = \delta \ , \ BO'' = \delta' \ , \ AM = d \ , \ BM = d'.$$

Fie încă C punctul în care planul dus prin A paralel cu P (oricum am avea $\delta \leqq \delta'$) taie pe BO''. Teorema lui PITAGORA aplicată triunghiului ABC ne dă:

$$(1) \qquad \overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2.$$

Insă: $\overline{BC}^2 = (\delta' - \delta)^2$

$$\overline{AC}^2 = (O'M \pm O''M)^2 = \left(\sqrt{d^2 - \delta^2} \pm \sqrt{d'^2 - \delta'^2}\right)^2.$$

Inlocuind aceste valori în (1) găsim relația propusă. Semnul + este când cercurile O' și O'' sunt tangente exterioare, iar — când sunt tangente interioare.

V. GH.

VI. 468. Potrivit enunțului avem:

$$A = a\,(1+r)^n$$

$$A = \frac{a}{2}(1+r)^{2n}.$$

Deducem:

$$a(1+r)^n = \frac{a}{2}(1+r)^{2n}$$

$$2 = (1+r)^n.$$

Ținând seama că ni s'a dat $n = 8$ ani și aplicând logaritmii, găsim procentul căutat de $9{,}05\%$.

V. Gh.

Până la 10 Mai s'au primit soluțiuni bune pentru exercițiile publicate în numerele 5, 6, 7 și 8 dela[1]):

Liceul de fete „Carmen-Sylva" București.

Clasa III-a: Damian Lucia (III: 71). — *Clasa IV-a:* Damian Cornelia (IV: 392*, 405*, 7*), Georgescu I. Georgeta (IV: 392, 405, 7), Mihăescu Ileana (IV: 405), Negură Sanda (IV: 405, 13*, 25). — *Clasa V-a:* Nițulescu Luiza (V: 488, 90), Vasilescu O. Alexandra (V: 481*, 2, 95). — *Clasa VII-a:* Constantinescu D. Paula (VII: 395, 8, 400, 27), Contescu Gabriela (VII: 404, T. c.: 216).

Școala Centrală de fete București.

Clasa III-a: Cicei R. Doina (III: 86), Cosoveanu I. Savinella (III: 85, 6), Dumitrescu N. Alexandra (T. c.: 215, 6, 7), Duță M. Silvia (III: 85, 6), Gosdărescu Ligia (III: 85, 6), Nicolau S. Paula (III: 85, 6), Popescu Niculina (III: 85, 6), Sălăgeanu T. Elisabeta (III: 82), Teodorescu I. Viorica (III: 85, 6). — *Clasa IV-a:* Georgescu I. Mariana (IV: 392). — *Clasa V-a:* Dumitrescu-Rovinaru V. M. (V: 489, 502, 3), Laureanu Hedviga (V: 435, 82). *Clasa VI-a:* Caveschi A. Alexandra (VI: 459), Dimoftache Corina (VI: 459), Dinu D. Elena (VI: 459), Gafta P. Margareta (VI: 459, 69), Gaster C. A. (VI: 468), Halunga Speranța (VI: 459), Lăduncă Gabriela (VI: 470, 501).

Liceul de fete „Iulia Hajdău" București.

Clasa V-a: Agapie G. Elena (V: 490, 511).

---

1) Semnul * însoțește numărul unui exercițiu rezolvat foarte bine.

Liceul de fete „Aurel Vlaicu“ Bucureşti.

Clasa III-a: Avramescu I. Elena (III: 82).

Externatul Ortodox de fete din Bucureşti.

Clasa VII-a: Pricopie Maria (VIII: 387).

Institutul „Sf. Maria“ Bucureşti.

Clasa IV-a: Stoica Ana (IV: 424, 5).

Institutul de fete „Pompilian“ Bucureşti.

Clasa III-a: Predoleanu E. Jeni (III: 67, 73*, 4, 7). — *Clasa VI-a:* Predoleanu E. Lia (VI: 455, 72, 3).

Institutul de fete „Pitar-Moş“ Bucureşti.

Clasa VI-a: Arendt Jeana (VI: 470).

Liceul de fete Bacău.

Clasa VII-a: Papadopol D. Elena (VII: 410*, 27, 8).

Liceul Particular Caracal.

Clasa VI-a: Ştefănescu V. Florica (VI: 464, T. c.: 195).

Liceul „Regina Maria“ Cluj.

Clasa V-a: Nimberger Marta (V: 503).

Liceul de fete Focşani.

Clasa III-a: Rădulescu T. Teodora (III: 64, 6). — *Clasa VII-a:* Gaşmet Şt. Alexandra (VI: 398, 402), Grigoriu Ana (VII: 398, 400).

Liceul „Oltea Doamna“ Iaşi.

Clasa IV-a: Moise Eliza (IV: 415, 31). — *Clasa V-a:* Fischler S. Neli (V: 499).

Institutul „Notre Dame de Sion“ Iaşi.

Clasa IV-a: Apter Signé (IV: 405, 6, 7). — *Clasa VI-a:* Groholschi Consuela (VI: 473, 6).

Liceul de fete „Carmen-Sylva“ Timişoara.

Clasa III-a: Teodorescu C. Maria (III: 74*,5*). — *Clasa IV-a:* Cosma Hermina (IV: 415, 22, 4, 5). — *Clasa VII-a:* Adler Edith (VII: 409, 14, 5, 21, 2), Checian Ana (VII: 398, 404, 8*, 9, 12, 4, 5, 8, 21, T. c.: 209), Domonkos Erika (VII: 409, 12, 3, 4, 5, T. c.: 209), Mugar A. Veronica (VII: 408).

Liceul „Spiru Haret“ Bucureşti.

Clasa III-a : Ivanovici C. (III : 71). — *Clasa IV-a :* Bădulescu V. D. (IV : 405, 6, 7, 8), Lipcovici I. (IV : 406, 7), Mişu Şt. N. (IV : 392), Muntz M. C. (IV : 389, 90, 1), Simon G. A. (IV : 422). — *Clasa V-a :* Löbel M. (V : 481), Popescu-Necşeşti A. (V : 474, 8, 80, 1, 2). — *Clasa VII-a :* Guralivu E. (379, 80, 1, 2, 6, 7, 90, 5, 8, 400, 2, 3, 4, 7, 26), Racoviceanu G. V. (VII : 387, 8, 94, 5, 8, 400, 1, 2, 3), Şeibulescu C. (VII : 394). — *Clasa VIII-a :* Cernovodeanu I. I. (VIII : 291*, 2*, 3*, 300, 6, 7, 9, 15), Dinu A. M. (VIII : 292, 306), Dragomirescu T. I. (VIII : 291, 2*), Pârşan I. I. (VIII : 291), Stăncu-lescu M. (VIII : 292, 6, 9*, 304, 6, 15), Stern S. (VIII : 307).

Liceul „Gh. Lazăr“ Bucureşti.

Clasa III-a : Iliescu-Brânceni B. (III : 73, 4, 7). — *Clasa IV-a :* Pârvu-lescu V. C. (IV : 425, 36). — *Clasa V-a :* Iliescu-Brânceni C. (V : 495, 502, T. c. : 205, 16). — *Clasa VI-a :* Andonie C. Gh. (VI : 470, 1, 84, T. c. : 215, 6, 7), Moscovici N. (VI : 446), Obreja V. S. (VI : 468), Petrescu I. (VI : 492, VII : 395), Popa I. V. (VI : 441, 54, 66, 78). — *Clasa VII-a :* Theodoroff A. S. (VII : 404), Vasilescu-Ştabu A. I. (T. c. : 184). — *Clasa VIII-a :* Eftimie D. C. (VIII : 296, 302, 4, 15, T. c. : 195, 203, 6, 7, 8*, 9, 10*, 5, 6, 7).

Liceul „Mihai Viteazu“ Bucureşti.

Clasa III-a : Blăjan C. C. (III : 84). — *Clasa V-a :* Predoleanu E. N. (V : 468, 80, 1, 2), Stambuliu D. (V : 480, 2), Vernescu N. (V : 435, 58), *Clasa VI-a :* Kanner M. (VI : 502), Marcus S. B. (VI : 472, 3, 4, 5, 6, T. c. : 203*, 12, 3). — *Clasa VII-a :* Nicolescu T. (VII : 395, 404*).

Liceul „Aurel Vlaicu“ Bucureşti.

Clasa V-a : Mănescu G. I. (V : 472, 5, 6, 7). — *Clasa VII-a :* Sipiceanu V. M. (VII : 400, 1, 12).

Colegiul Naţional „Sf. Sava“ Bucureşti.

Clasa IV-a : Paşcanu V. (IV : 402, 3, 5, 6, 22, 3, 4), Stoica V. V. (IV : 423, 4). — *Clasa V-a :* Bottez R. V. (V : 509). — *Clasa VI-a :* Ciurescu I. F. (T. c. : 216), Gheorghiadi G. (VI : 467, 70). — *Clasa VII-a :* Ghiţescu M. (VII : 404, T. c. : 195, 209).

Liceul „Matei Basarab“ Bucureşti.

Clasa IV-a : Aizic I. S. (IV : 387, 407), Baron A. (IV : 392, 405, 7, 15), Bercovici S. (IV : 423, 4), Blum I. (IV : 405, 7, 22, 38, T. c. : 216), Elias C. (IV : 405, 7), Ghelber A. (IV : 392, 407, 11), Herz M. (IV : 392, 415, 22), Klang J. (IV : 392, 405, 14, 5, 8), Lepcovici V. (IV : 405, 6, 7, 15, T. c. : 205, 16), Margulius M. (IV : 392, 405, 6, 7, 8), Moscovici P. I. (IV : 405, 7), Nathan D. (IV : 405), Pellegrino M. (IV : 392), Rosenstein H. (IV : 392),

Rubinstein H. (IV: 392, 405, 7), Saiovici E. (IV: 414, 8, 30, 1), Segal M. (IV: 405), Tudori E. (IV: 414), Vasilescu S. G. (IV: 392, 406, 7). — *Clasa V-a:* Vasiliev A. B. (V: 468, 78, 80). — *Clasa VI-a:* Theodoroff A. I. (VI: 470). — *Clasa VIII-a:* Frudet L. (VIII: 305, 6).

Liceul „Marele Voevod Mihai" Bucureşti.

Clasa III-a: Pavlid N. V. (III: 79).

Liceul „Mihail Eminescu" Bucureşti.

Clasa V-a: Dumitrescu V. G. (T. c.: 215, 6, 7), Nadolu C. G. (V: 468, 75). — *Clasa VII-a:* Costescu G. I. (VII; 409), Georgescu Şt. (VII: 409), Leibovici S. (VII: 394, 7, 406, 10, 2, 21, 3, 4, T. c.: 224, 5), Marinescu I. (VII: 408, 10).

Liceul „Gh. Şincai" Bucureşti.

Clasa IV-a: Burciu I. A. (IV: 407, 15), Pârvulescu V. C. (T. c.: 205, 22, 4, 6), Schwartz I. (IV: 402, 5, 6, 7, 8, 14, T. c.: 215, 6, 7).— *Clasa V-a:* Nissim M. A. (V: 468, 79, 80, 1), Pascu M. C. (V: 419). — *Clasa VI-a:* Popa I. V. (VI: 472). — *Clasa VIII-a:* Cetăţeanu St. (VIII: 294, 6*, T. c.: 224, 5).

Institutul „Schewitz Thierrin" Bucureşti.

Clasa VI-a: Colţescu C. C. (VI: 470), Grünberg M. (VI: 490). *Clasa VII-a:* Sigmund I. (VII: 404).

Liceul „Titu Maiorescu" Bucureşti.

Clasa VI-a: Niculescu C. M. (VI: 459, 73, 83, 6, 7, 91, 4, VII: 394, 5, 412*, 3*, 4*, 5*, 6, 21, VIII: 292). — *Clasa VII-a:* Profeta A. (VII: 396).

Liceul „Sf. Andrei" Bucureşti.

Clasa VI-a: Schenk E. (VI: 464), Ştefanovici I. M. (VI: 459, 64, 84, 501, T. c.: 205, 15, 6).

Şcoala „Evanghelică" Bucureşti.

Clasa IV-a: Halpern E. (IV: 415, V: 490, T. c.: 224).

Liceul „Profesorii Asociaţi" Bucureşti.

Clasa VI-a: Marcussohn O. (VII: 421, 87).

Liceul „Sf. Iosif" Bucureşti.

Clasa VI-a: Vasilescu P. I. (VI: 485).

Liceul „Sf. Gheorghe" Bucureşti.

Clasa VII-a: Boeru M. C. (VII: 409).

Liceul „Moise Nicoară“ Arad.

Clasa III-a: Fântânar T. (III: 79, 80). — *Clasa IV-a:* Ardeleanu C. (IV: 405, 6, 7, 8), Grozescu T. (IV: 406, 10, 3), Nistor I. I. (IV: 402, 5, 6, 7, 8, 15, 22), Popa Th. (IV: 422, 3, 4, 34, 50, 90), Popovici F. T. (IV: 425). *Clasa V-a:* Cristea D. V. (V: 490). — *Clasa VI-a:* David V. E. (VI: 436, 59, 64. 7, 70), Gligor N. I. (VI: 473, 5, 86*, 92), Luca I. (VI: 446, 73, VIII: 306), Simon P. (VI: 446, 55, 9). — *Clasa VIII-a:* Borneas M. (VIII: 296, 7, 302, T. c.: 187), Mureşan O. (VIII: 306).

Liceul Romano-Catolic Arad.

Clasa VII-a: Szatz L. (VII: 395, 404, 5, 15).

Liceul „Regele Ferdinand I“ Bacău.

Clasa VI-a: Cerchizan G. C. (VI: 469), Racoviţă A. A. (VI: 464).

Liceul „Codreanu“ Bârlad.

Clasa VI-a: Atanasiu A. A. (VI: 470*, 2, 3, 8, 501, 2).

Liceul „Samuil Vulcan“ Beiuş.

Clasa III-a; Donca G. (IV: 389).

Liceul „Sf. Vasile“ Blaj.

Clasa III-a: Balea I. I. (III: 82, 5, 6), Cârnaţiu I. I. (III: 85) *Clasa IV-a:* Suciu N. C. (IV: 407). — *Clasa VII-a:* Borzea S. A. (VII: 404), *Clasa VIII-a:* Rusu I. M. (VIII: 306, 7, T. c.: 208*, 9).

Liceul „N. Bălcescu“ Brăila.

Clasa V-a: Răiculescu P. N. (V: 481). — *Clasa VI-a:* Bălănescu F V. (VI: 468, 70, 8, 502).

Liceul „Andrei Şaguna“ Braşov.

Clasa IV: Cojanu G. G. (IV: 392, 401, 5, 6, 7, 8), Gal C. (IV: 392, 407), Neguţ S. (IV: 397, 405, 6). — *Clasa V-a:* Neteu S. A. (V: 489*, 503. T. c.: 205, 15, 6, 7). — *Clasa VI-a:* Bodea I. (VI: 469, 70). — *Clasa VIII-a:* Cojanu G. A. (VIII: 315, 6), Prişcu M. R. (VIII: 301, 6, 7, 15).

Liceul „Dr. I. Meşotă“ Braşov.

Clasa III-a: Dumitrescu N. O. (III: 71, T. c.: 209), Nistor I. H. (III: 86), Pipu D. N. (III: 67). — *Clasa IV-a:* Neguţ V. I. (IV: 393, 5*). — *Clasa VI-a;* Elöpataki E. (VI: 459, 72). — *Clasa VII-a:* Băncilă I. A. (VII: 385, 94, 5, 411, 21), Rosenweig M. (VII: 395).

Liceul „B. P. Hajdău" Buzău.

Clasa VI-a: Nicolau G. C. (VI: 455, 68, 70, 3, VII: 459, T, c.: 202, 16).

Liceul de băeți Călărași.

Clasa VI-a: Rădulescu V. M. (VI: 455, 9. T. c.: 209).

Liceul „D. B. Știrbei" Câmpina.

Clasa III-a: Belloiu N. (III: 71, T. c.: 214). — *Clasa IV-a:* Rădulescu N. (IV: 415). — *Clasa V-a:* Bucuroiu A. (V: 482, 4), Cernat I. (V: 490), Heller H. (V: 490), Petcu I. C. (V: 490), Tudose C. I. (V: 490). — *Clasa VI-a:* Dărmănescu M. (VI: 458, 9). — *Clasa VII-a:* Mihăilescu C. (T. c.: 180, 5). — *Clasa VIII-a:* Georgescu B. (VIII: 288, 90, 9, 300*).

Liceul „Ioniță Assan" Caracal.

Clasa VII-a: Ciocan V. M. (VII: 398, 400).

Liceul „Mitropolitul Silvestru" Cernăuți.

Clasa IV-a: Cenușă T. G. (IV: 392), Georgescu C. (IV: 392), Volschi A. (IV: 392, 403, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11). — *Clasa VIII-a:* Bălan D. (VIII: 269), Șliam A. (394, 5, 8, 404, 14, 5, T. c.: 209), Swietchievici (VIII: 394, 5, 404).

Liceul militar „Ștefan cel Mare" Cernăuți.

Clasa III-a: Cândea S. (III: 82), Chifu N. E. (III: 77, 9), Cimbru M. (III: 79, T. c., 216), Cortușan I. (III: 79), Dumitrescu I. (III: 77, 9, T. c.: 216), Nicolaescu T. I. (III: 68*, 77, 9), Popescu N. (III: 77, 8), Staicu C. (III: 59, 66, 8, 9, 72, 5, 7, 8, 9, IV: 402, T. c.: 215), Țăranu St. (III: 77), Țicu C. C. (III: 82), Vasiliu D. (III: 66, 77*, 8*, 9, 81, 2, 4, Tc: 216). — *Clasa IV-a:* Bănescu A. M. (IV: 405, 6), Pleșu L. (IV: 415, 25). — *Clasa V-a:* Bojin C. D. (V: 503), Catrinescu I. H. (V: 480), Caurea A. (V: 503), Diaconescu V. C. (V: 503), Horia D. I. (V: 489, 503), Irimescu P. (V: 497), Jipa C. N. (V: 497, 9), Marcean N. (V: 503), Slătinescu V. C. (V: 503), Teodor E. (V: 503), Topârcean I. Gh. (V: 503), Vâlceanu A. (V: 503), Vișan T. (V: 503), Vlădescu I. C. (V: 503), Zaveti C. C. (V: 489). — *Clasa VI-a:* Fedoreac N. O. (VI: 472), Nistor I. I. (VI: 459*, 73). — *Clasa VII-a:* Cotulbea I. C. (VII: 412), Gviazdomorschi R. (VII: 423, 4), Ianculescu A. (VII: 412), Ionescu S. (VII: 423, 4), Onișor V. (VII: 412), Petrescu M. (VII: 413), Suhățeanu C. (VII: 412), Tutoveanu R. A. (VII: 412).

Liceul „Al. Russo" Chișinău.

Clasa III-a: Surucianu E. N. (III: 51, 2, 67, 8, 75, 7, 8, 9, 81, T. c.: 216). — *Clasa V-a:* Dron D. A. (V: 476, 83, 90, 503).

Liceul militar „Regele Ferdinand I" Chişinău.

Clasa III-a : Dumitrescu G. G. (III : 82). — *Clasa IV-a :* Antohi V. (IV : 405, 6, 7, 8, 15), Ciobanu I. (IV : 405, 6. 7, 8, 15), Frunză V. (IV : 405, 6, 7, 15), Gherman G. A. (IV : 405, 7, 15), Gudumac V. (IV : 392, 407), Hengiu G. (IV : 407, 15), Ionescu G. (IV : 415), Pâslaru C. (IV : 405, 6, 8), Pavel N. (IV : 407), Popescu M. (IV : 392, 405, 6, 7, 8), Popescu I. Ş. (IV : 405, 6, 7, 8, 15), Voicu Gh. (IV : 415). — *Clasa V-a :* Csiatianu R. (V : 468), Florea V. (V : 474, 81), Miroslav T. (V : 468, 81), Moise C. (V : 468), Petrea G. (V : 468). — *Clasa VII-a :* Toma I. V. (VII : 395).

Liceul „Gh. Barițiu" Cluj.

Clasa III-a : Dumitrescu E. (III : 71). — *Clasa IV-a :* Vonica D. (IV : 405, 6). — *Clasa V-a :* Botta A. A. (V : 480, 1, 2, 9, 90, 9). — *Clasa VII-a :* Vâju Gh. (VII : 404).

Seminarul Pedagogic Universitar Cluj.

Clasa V-a : Szeghö P. (V : 499). — *Clasa VII-a :* Sebestyen A. (VII : 412, 26). — *Clasa VIII-a :* Florian I. T. (VIII : 306, 10), Popescu T. (VIII : 315).

Liceul „Mircea cel Bătrân" Constanța.

Clasa V-a : Jeacomo I. (V : 480, 1, 2), Sotiriu H. T. (V : 435, 68, 72, 3*, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 80, 1, 2, 9, 92). — *Clasa VII-a :* Constantinescu I. V. (VII : 392).

Liceul „Frații Buzești" Craiova.

Clasa III-a : Marian M. D. (III : 71, 2, 3*, 4). — *Clasa VII-a :* Marian M. I. (VII : 394, 5, 8, 40, 6, 7, 8*).

Liceul militar „D. A. Sturdza" Craiova.

Clasa VI-a : Săndulache N. A. (VI : 450, 72). — *Clasa VIII-a :* Iordache I. T. (VIII : 390).

Liceul „Unirea" Focșani.

Clasa VI-a : Costin A. (VI : 455, 81). — *Clasa VII-a :* Baruch M. (VII : 388, 94, 5, 404, 5, 10, 11, T. c. : 205, 15, 6, 7), Nicoară I. T. (VII : 394*, 5*, 6*, 7*, 404, 11*, 2, 6*, 21, 6, 7*, 33, 4*). — *Clasa VIII-a :* Ilica L. (VIII : 299), Turtoiu F. (VIII : 292, 305, 7, 15, T. c. : 214).

Liceul „T. Maiorescu" Giurgiu.

Clasa VII-a : Cherţman M. (VII : 404, 26, T. c. : 205, 8, 9, 15, 6, 7), Văduva M. (VII : 414, 5, 23, 6, 7).

Liceul militar „General Makarovici" Iaşi.

Clasa IV-a : Căruntu F. (IV : 405, 8). — *Clasa V-a :* Beloiu C. (V : 497, 9, 502, 3), Bogdan Gh. (V : 495, 7, 9, 503), Costică D. P. (V : 490), Cuhureanu P. (V : 458). Cuptor I. P. (V : 495, 7, 9, 502), Dărângă E. (V : 486, 90, 9, 503, T. c. : 209), Drăghicescu P. (V : 458, 90, 7, 9, 502, 3), Eliade V. (V : 458), Fotescu Şt. (V : 495, 7, 9), Iacomi M. (V : 490, 7), Manolescu R. (V : 495, 7, 9, 502), Pârlog I. (V : 495, 7, 9, 502, 3), Petrea V. (V : 458), Popa N. A. (V : 458. 86, 90, 5, 6, 7, 9, 502, T. c. : 209), Popovici M. (V : 495, 7, 9. 502), Romanescu C. (V : 495, 7, 9, 503). — *Clasa VI-a :* Bârzu V. (VI : 464, 9, 70, 2, 3, 5, 6, 92), Gheorghiu A. A. (VI : 472), Gheorghiu H. (VI : 469), Lăbuşcă I. I. (VI : 459, 69, 72), Păun M. (VI : 457, 9). — *Clasa VII-a :* Gheorghiu P. (VII : 426, 7, 8, 30), Jiletcovici G. A. (VII : 384, 426, 7, 8, 30, 4), Naforniţă D. D. (VII : 426, 30), Petre I. (VII : 383, 4, 5), Petrescu A. (VII : 506).

Liceul „Naţional" Iaşi.

Clasa IV-a : Antohi I. (IV : 405, 6, 7), Arhip E. (IV : 405, 6, 7), Baron T. (IV : 402), Bouşcă A. (IV : 405, 6, 7), Davidovici I. (IV : 415), Gapsa D. (IV : 405, 7), Gheorghiu I. A. (IV : 405, 6, 7), Glasman S. (IV : 415), Groholschi S. (IV : 408, 22, T. c. : 216), Ionescu S. H. (IV : 431, T. c. : 215, 6), Lateş M. (IV : 418, 22. T. c. : 205, 16), Marinescu P. N. (IV : 422, 4, T. c. : 216, 6, 7), Moraru C. (IV : 422, T. c. : 216), Moscovici M. (IV : 408, 15), Pârvulescu V. C. (IV : 422), Popovici S. (IV : 405, T. c. : 216), Şaraga E. (T. c. : 216, 7), Tancu C. (IV : 415), Theitler A. (IV : 405, 7), Tucitler C. (IV : 422), Turculeţ T. (IV : 415). — *Clasa V-a :* Buchman G. D. (V : 489, 90, 1, 9). — *Clasa VI-a :* Secu E. (VI : 450, 3, 9). — *Clasa VII-a :* Rolea V. (VII : 421, 3, T. c. : 196, 9, 212, 3), Rosenrauch F. (VII : 410, 24, 6, T. c. : 209, 24, 5). — *Clasa VIII-a :* Simionescu G, (VIII : 310, T. c. : 215, 6).

Liceul „Internat" Iaşi.

Clasa IV-a : Bulandra R. (IV : 415, 22). — *Clasa V-a :* Aioniţei P. (V : 435, 58), Dumitriu T. (V : 458), Manolache M. (V : 435, 58), Manoliu V. (V : 435, 58), Rabinschi N. (V : 435, 58, 81, 99, 502), Teleanu I. (V : 435, 58). — *Clasa VI-a :* Barbaiani I. (VI : 458, 9, 60, 1, 2, 6. 7, 8, 9, 70, 1, 90*, T. c. : 195).

Seminarul „Pedagogic Universitar" Iaşi.

Clasa IV-a : Sosner V. (IV : 405, 6, 7). — *Clasa VII-a :* Ivanov A. (VII : 421), Tudose I. (VII : 395).

Liceul militar „N. Filipescu" Mânăstirea Dealu.

Clasa IV-a : Barbici I. (IV : 425), Brătăşanu C. (IV : 392), Bunescu Gh. (IV : 390), Burs I. I. (IV : 422, 5), Cantacuzino D. (IV : 407), Columbeanu

S. (IV : 406, 7), Constantinescu P. C. (IV : 392, 407), Filipidescu M. (IV : 405), Gusti St. (IV : 425), Iordănescu G. P. (IV : 425), Moldoveanu V. (IV : 406), Neagu V. M. (IV : 425), Nogacevschi I. (IV : 422, 4), Săveanu G. I. (IV : 425), Stoianovici Ş. (IV : 422, 3, 4, 5, 6, 7, 8, V : 495), Stroe Gh. (IV : 415), Ţinculescu (IV : 407), Vitănescu C. (IV : 389, 450). — *Clasa V-a :* Aldea V. (V : 490). — *Clasa VI-a :* Adrian M. E. (VI : 472), Bărbulescu M. V. (VI : 472), Bârlea G. V. (VI : 440, 6, 60, 1), Boeru A. (VI : 459, 71, 2, 3), Dragomir Al. (VI : 460, 73), Filoti M. (VI : 472), Georgescu C. F. (VI : 472, Lăcătuş G. V. (VI : 472), Mastero L. (VI : 472), Nicolaescu M. (VI : 473), Pleşa C. (VI : 455), Predoiu N. (VI : 459, 69), Şerban C. C. (VI : 455, 9, 60, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 70, 2, T. c. : 195, 209), Vijelie E. (VI : 455, 8, 91).

Liceul de băeţi Piatra-Neamţ.

Clasa VI-a : Călin G. I. (VI : 455, 8, 9, 68, 9).

Liceul „I. C. Brătianu" Piteşti.

Clasa IV-a : Popescu G. M. (IV : 392, 402). — *Clasa VII-a :* Cameniţă P. A. (VII : 408), Constantinescu Gh. (VII : 361, 84), Stoga D. M. (VII : 426).

Liceul „Sf. Petru şi Pavel" Ploeşti.

Clasa V-a : Pandelescu I. (V : 502, T. c. : 215, 6, 7). — *Clasa VII-a :* Constantinescu N. V. (VII : 412, 21, 6, 7, VIII. 315, T. c. : 209), Rădulescu A. (VII : 394, 5, 418, 21), Vasilescu M. Gh. (VII : 395).

Liceul de băeţi din Rădăuţi

Clasa VII-a : Halip I. Z. (VII : 395).

Liceul „Alex. Lahovari" Râmnicul Vâlcea.

Clasa V-a : Andreescu G. I. (VIII : 306, T. c. : 205, 16).

Liceul de băeţi din Satu-Mare.

Clasa VIII-a : Szreuz A. (VIII : 292).

Liceul „Principele Nicolae" Sighişoara.

Clasa VII-a : Roşală I. Gh. (VII : 395, 412, 26, T. c. : 215, 6, 7).

Liceul de băeţi din Târgu-Jiu.

Clasa VII-a : Bărbulescu Gh. (VII : 404).

Liceul „Papiu Ilarian" Târgu Mureş.

Clasa III-a : Călinescu D. (III : 64), Lazăr Gh. (III : 64, 6), Maniu Laurenţiu, (III : 66), Maniu Liciniu (III : 64, 6), Mihdlea I. (III : 81), Paicu D. (III : 63, 4, 6), Stoica M. (III : 64, 6), Saszlo A. (III : 64, 6). — *Clasa IV-a :* Pintea E. (IV : 392).

Liceul militar „Mihai Viteazul“ Târgu-Mureș.

Clasa III-a : Barbălae C. (III : 77, 86), Blajan C. C. (III : 85, 6, 7), Grigorescu G. (III : 71), Ionescu P. M. (III : 85), Juneanu M. (III : 87), Mihalcu I. I. (III : 77, 8, 9, 80, 7), Teodorescu C. (III : 77, 8, 9).— *Clasa IV-a :* Boulescu V. (IV : 392), Georgescu C. Gh. (IV : 407), Nemțeanu Ș. (IV : 407, 27), Niculescu T. (IV : 408), Oprea Gh. (IV : 405, 8, 15), Oută I. P. (IV : 405, 7), Toma I. (IV : 405, 7), Tulbure E. G. (IV : 405), Vladislav C. (IV : 405, 6, 7). — *Clasa VI-a :* Constantinescu G. M. (VI : 501), Sotirescu N. (VI : 484, 6, 7), Văleanu S. (VI : 459).— *Clasa VII-a :* Mironescu J. D. (VII : 418), Paraipan C. (T. c. : 215, 6, 7), Todirică V. C. (VII : 394, 5), Topalescu G. (T. c. : 215, 6).

Liceul de băeți din Tecuci.

Clasa V-a : Staicu I. A. (V : 475, 84, 503). — *Clasa VI-a :* Sbârnea Gh. (VI : 473).

Liceul „Piarist“ Timișoara.

Clasa VI-a : Fenyves Gh. (VI : 455, 70, 84, 5).

Liceul „C. Diaconovici Loga“ Timișoara.

Clasa III-a : Kinsky St. (III : 67).— *Clasa IV-a :* Cosma A. (IV : 405), Niculescu A. (IV : 405, 7), Pentia T. (IV : 389, 92), Plapșa A. (IV : 392), Rădoiu N. (IV : 405, 6, 7), Schmidt A. E. (IV : 392, 405, 15). — *Clasa V-a :* Staicu A. (V : 480). — *Clasa VI-a :* Bakonyi C. (VI : 413, 46, 62, 70, 82, 5, 7, 8*, 90*, 2, 3, VII : 384, 404, VIII : 299, 306, T. c. : 195, 208, 9, 10, 6).

Liceul „Principele Carol“ Tulcea.

Clasa VII-a : Gheorghiu O. (VII : 386, 8, 404, 12, 26. T. c. : 209, 15, 6, 7).

Liceul „Sf. Haralambie“ Turnu-Măgurele.

Clasa IV-a : Caragea I. N. (IV : 405, 7, 13, 5).— *Clasa V-a :* Olteanu R. (V : 490, 502), Popescu P. (V : 490). — *Clasa VI-a :* Bădică G. N. (VI : 486, 7), Văituș O. T. (VI : 486, 7, 91, 501, 2, T. c. : 195). — *Clasa VII-a :* Stoga D. M. (VII : 387, 94, 5, 9*, 404, 7, 8, 10, 2, 23, 4, 7, 8).

Liceul „Traian“ Turnu-Severin.

Clasa IV-a : Dumitrescu G. T. (IV : 407, 8, 24, 5, 34). — *Clasa V-a :* Drăgan P. (V : 458). — *Clasa VI-a :* Bengulescu A. (VI : 459, 69, 70), Cruceru G. C. (VI : 469, 73, 97, VII : 413*, T. c. : 195, 206, 9), Glogojeanu M. (VI : 425), Ionescu M. B. (T. c. : 195), Mihail G. (VI : 455, 86, 7), Ordöjt L. (T. c. : 205, 16), Vintilă N. I. (VI : 470). — *Clasa VIII-a :* Zaharia C. P. (VIII : 308).

Fără indicație de liceu (România).

Clasa IV-a B. : Pasae M. Cristea, (V : 462).

EXERCIŢII PROPUSE

Soluţiile exerciţiilor propuse în acest număr se primesc până la 1 Septemvrie 1939

Clasa III-a. *Exerc. 88.* Latura unui triunghiu echilateral este de 6 cm; cu cât este mai mare aria lui, decât aria cercului înscris?

N. M.

III. 89. Un triunghiu dreptunghiu ABC are catetele $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ de 9 m, 12 m. Să se calculeze lungimile laturilor unui triunghiu A'B'C', asemenea cu ABC, dacă înălţimea vârfului A' este de 7,2 m.

C. I. B.

III. 90. Intr'un cerc cu raza de 3 m se înscrie un triunghiu dreptunghiu având o catetă de 4 m.

Să se afle raportul între perimetrul triunghiului şi al cercului; apoi raportul ariilor lor.

C. I. Ţ.

III. 91. Intr'un cerc cu raza de 5 m se duc doi diametrii perpendiculari, apoi se împarte fiecare diametru în câte patru părţi egale, iar prin punctele de diviziune se duc coarde perpendiculare pe diametre.

Să se afle aria celei mai mici din figurile formate.

C. I. Ţ.

III. 92. Se consideră două cercuri (O) şi (O') de raze R şi R' respectiv, tangente exterior în punctul A, şi se înscrie în O şi O' două exagoane regulate ABCDEF şi A'B'C'D'E'F' (astfel că privind din A centrul cercului respectiv, vârfurile sunt însemnate pe cerc dela dreapta la stânga). Să se arate, că:

a) Dreptele BB', CC', EE', FF' trec toate prin punctul A;

b) Dacă DB şi D'F' taie tangenta comună AI în T şi T' respectiv, segmentele $\overline{AT}$ şi $\overline{AT'}$ sunt cât $\frac{2}{3}$ din laturile triunghiurilor echilaterale înscrise respectiv în cele două cercuri O şi O'.

O. N. Ţ.

Clasa IV-a. *Exerc. 442.* Distanța centrelor a două cercuri tangente exterioare este 7, iar lungimea segmentului cuprins între punctele de contact ale tangentei exterioare comune, $\sqrt{40}$.

Să se afle razele celor două cercuri.

C. I. B.

IV. 443. Un con circular drept, având volumul de 192π, iar raza de 4, se desfășoară pe un plan formând un sector circular. Să se afle mărimea arcului sectorului în grade.

C. I. B.

IV. 444. Un dreptunghiu de carton are o latură $\overline{AB} = 12$ și diagonala $\overline{AC}$ de 15. Se taie din dreptunghiu semicercul de diametru $\overline{BC}$, apoi se rotește figura rămasă în jurul lui $\overline{BC}$. Se cere volumul solidului format.

C. I. B.

IV. 445. Să se rezolve sistemul:

$$3.\frac{x+1}{y-2} - 7\left(\frac{x+2}{y-3} - 1\right) = 10\ ;\ 5\left(\frac{x+1}{y-2} - 3\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{x+2}{y-3} + 6\right) = 9.$$

C. I. B.

IV. 446. Se dă un dreptunghiu ABCD astfel că $\overline{AB} = a$, $\overline{AD} = b$. Din vârful A se ia $\overline{AM} = x$ pe latura $\overline{AB}$ și $\overline{AN} = y$ pe latura $\overline{AD}$, iar din vârful C se ia $\overline{CM'} = x$ pe latura $\overline{CD}$ și $\overline{CN'} = y$ pe latura $\overline{CB}$.

1. Să se arate că MN'M'N e un paralelogram.

2. Să se arate că într'un paralelogram suma patratelor diagonalelor e egală cu suma patratelor laturilor.

3. Să se găsească x și y astfel ca paralelogramul MN'M'N să aibă laturile paralele cu diagonalele dreptunghiului ABCD și o suprafață dată k^2.

4. Aplicație pentru $a = 9m$, $b = 6m$, $k^2 = 36m^2$.

A. G.

IV. 447. Fiind dată expresiunea:

$$ab(x^2 - y^2 + 1) + (a^2 - b^2)xy - (a^2 + b^2)y + m.$$

Se cere:

1. Să se determine m astfel ca ea să se descompună în produs de doi factori de forma: $Ax + By + C$.

2. Să se rezolve în raport cu x şi y sistemul de ecuaţii obţinut prin egalarea cu *zero* a celor doi factori de mai sus.

3. Să se arate că numitorul necunoscutelor x şi y este ipotenuza unui triunghiu dreptunghiu ale cărui catete sunt numărătorii acestor necunoscute.

G. G. C.

IV. 448. Intr'o sferă de rază 2 m se înscrie un triunghiu cu laturile 0,6 m ; 0,8 m şi 1 m. Să se calculeze înălţimea piramidei triunghiulare, cu volumul cel mai mare înscrisă în sfera dată a cărei bază este triunghiul construit.

C. I. Ţ.

IV. 449. Intr'o sferă goală cu raza interioară de 2 m este aşezat un cub cu latura de 1 m. Să se afle suma distanţelor dela vârfurile cubului la centrul sferei.

C. I. Ţ.

IV. 450. Un corp este format dintr'un cilindru terminat la capete prin trunchiuri de con egale. Aria sa laterală este 106π cm^2 ; generatoarea trunchiului de con 5 cm ; iar generatoarea cilindrului este suma dintre raza bazei mari şi diametrul bazei mici a trunchiului de con şi egală cu 9 cm. Corpul fiind de fier (gr. specifică 7,8) să i se calculeze greutatea.

G. D. S.

IV. 451. Intr'un cilindru de metal, gol, sunt introduse două sfere tangente între ele, tangente suprafeţii şi bazelor cilindrului respectiv. Inălţimea cilindrului fiind 48 cm, să se calculeze suprafaţa şi volumul spaţiului neocupat în cilindru.

O. N. Ţ.

Clasa V-a. *Exerc. 519.* Un triunghiu are o înălțime de $\sqrt{3}$, iar segmentele bazei determinate de piciorul înălțimii 1 și $\sqrt{3}$. Să se afle unghiurile triunghiului ortic și unghiurile triunghiului format de punctele de contact ale cercului înscris.

C. I. B.

V. 520. Să se rezolve inecuația:

$$\frac{x^3 - 6x^2 + x - 6}{4x^2 - 16x + 15} < 0.$$

C. I. B.

V. 521. Intr'un patrulater convex inscriptibil ABCD, unde $\overline{AB} = a$, $\overline{BC} = b$, $\overline{CD} = c$, $\overline{DA} = d$, $\overline{BD} = x$ și $\overline{AC} = y$, avem inegalitatea:

$$2(x^2 + y^2) + (a + c)^2 + (b + d)^2 \leqslant 2(x + y)(a + b + c + d).$$

C. I. Ț.

V. 522. Se dau patru puncte în plan A, B, C, D și o dreaptă Δ. Să se determine prin calcul și apoi să se construiască două puncte M, N pe dreapta Δ astfel ca patrulaterele ABMN și CDMN să fie inscriptibile.

A. G.

V. 523. Se dau două cercuri (C) și (c) tangente interioare în A, de raze R și r. Prin A ducem dreptele Δ și Δ' care fac între ele un unghiu de 60^0 și care taie cercurile (C) și (c) în M și m, M' și m'. Se cere aria patrulaterului $MM'm'm$.

C. I. B.

V. 524. Să se rezolve sistemul:

$$x + xy + y = a \; ; \; x^2 + y^2 + 3xy = b.$$

C. I. B.

V. 525. Să se determine valorile lui m şi n astfel încât ecuaţia :

$$(6m+n)x^4+(4m+n-5)x^3+(3m-5n+53^1/_2)x^2$$
$$+(m+4n-27^1/_2)x+2(m-n)=$$

să fie bipătrată. Să se afle felul rădăcinilor acestei ecuaţii. Să se rezolve ecuaţia.

V. GH.

V. 526. Se dă un triunghiu ABC şi un punct O în interiorul său. 1. Să se arate că putem totdeauna determina trei puncte P, Q, R pe laturile BC, CA, AB astfel încât patrulaterele ORAQ, OPBR, OQCP să fie inscriptibile.

2. Problema admite o infinitate de soluţii ce se obţin prin efectuarea unei anumite rotaţii a uneia din ele.

3. Există o soluţie particulară pentru care punctele P, Q, R sunt proiecţiile punctului O pe laturile triunghiului ABC.

4. Să se arate că punctele P, Q, R determină triunghiuri care sunt mereu asemenea între ele.

5. Să se determine poziţia punctului O astfel ca triunghiurile PQR să fie asemenea unui triunghiu dat A'B'C'.

G. G. C.

V. 527. Se dau două cercuri cu centrele în O_1 şi O_2, razele r_1 şi r_2, $\overline{O_1O_2}=d$. Se duce o dreaptă Δ, care taie cercul O_1 în punctele A, B şi cercul O_2 în C şi D, iar linia centrelor în punctul P. Să se calculeze suprafaţa triunghiului AO_1P, ştiind că

$$\overline{AB}=r_1\sqrt{2}\ ,\ \overline{CD}=r_2\sqrt{3}.$$

C. I. Ţ.

V. 528. Se dă un triunghiu oarecare ABC şi se cere să se împartă grafic în n arii egale prin drepte paralele cu o direcţie dată Δ.

Caz particular :

$$\overline{AB}=4\,\text{cm}\ ;\ \overline{AC}=5\,\text{cm}\ ;\ \overline{BC}=7\,\text{cm}\ ;\ \Delta\perp BC \text{ şi } n=3.$$

C. I. Ţ.

V. 529. Se dă un cerc O de rază 5 m şi o coardă $\overline{AB} = 8$m în acest cerc. Pe dreapta AO se ia un punct C, astfel ca D fiind proiecţia lui pe coarda AB, segmentul $\overline{BD}$ să fie egal cu 20 m.

1. Să se ducă prin punctul C o secantă CGH, astfel ca dreapta AB să împartă coarda $\overline{GH}$ în două părţi egale.

2. Să se calculeze lungimea coardei $\overline{GH}$.

O. N. Ţ.

V. 530. Să se determine un trapez isoscel ABCD ($\overline{AD}$ şi $\overline{BC}$ fiind laturile neparalele) cunoscând lungimile *perimetrului* şi a unei *laturi neparalele*, ştiind că în acest trapez pot fi determinate două cercuri tangente între ele în afară, tangente laturilor neparalele şi respectiv uneia din baze (AB şi CD). Discuţiune.

O. N. Ţ.

Clasa VI-a. *Exerc. 508.* Dacă într'un triunghiu avem:

$$a \cos B = b \cos C$$

atunci vom avea şi

$$(a + c)\, b \cos C = a^3$$

şi reciproc.

GH. B.

VI. 509. Să se rezolve sistemul:

$$\sin(x + y) + \sin x = \sin(y - x)$$

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = a.$$

C. I. B.

VI. 510. Intr'un cerc de rază 2 se înscrie patratul ABCD. Pe laturile sale, în exterior se construiesc triunghiurile echilaterale

A'AB, B'BC, C'CD, D'DA.

Se cere aria patrulaterului A'B'C'D'.

C. I. B.

VI. 511. Se dau două cercuri exterioare (C), (C′) cu centrele O, O′. Fie A un punct exterior cercului (C) şi B punctul în care OA taie cercul (C). Dacă $\overline{AB} = a$, unghiul format de tangenta din A la cercul (C) cu $AO = \alpha$, unghiurile formate de OO′ cu tangentele din O′ la (C) şi din O la (C′) sunt β şi β', să se calculeze raza cercului (C′).

C. I. B.

VI. 512. Intr'un triunghiu ABC dreptunghic în A, produsul $\operatorname{tg}\frac{B}{2}\operatorname{tg}\frac{C}{2}$ este egal cu un număr pozitiv dat m.

1. Să se determine unghiurile B şi C discutându-se ecuaţia ale cărei rădăcini sunt $\operatorname{tg}\frac{A}{2}$ şi $\operatorname{tg}\frac{B}{2}$ pentru toate valorile pozitive ale lui m.

2. Să se calculeze în funcţiune de m, produsele

$$\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2} \quad ; \quad \sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}$$

discutându-se posibilitatea ca produsul: sinA sinB să fie număr întreg.

3. Să se demonstreze că

$$\frac{\overline{AB}+\overline{AC}-\overline{BC}}{\overline{AB}+\overline{AC}+\overline{BC}} = m.$$

G. G. C.

VI. 513. Se dă un pentagon plan $SABCA_1$ astfel ca prin îndoituri convenabile dealungul diagonalelor SB, SC să se obţină o piramidă triunghiulară cu vârful S. Să se găsească volumul acestei piramide.

A. G.

VI. 514. Intre elementele unui triunghiu, avem relaţia

$$(b+c)\,r_b + (c+a)\,r_b + (a+b)\,r_c = 4p\,(R+r).$$

N. M.

VI. 515. O suprafață conică de rotație se taie cu două plane P și Q perpendiculare pe axă și se obțin secțiunile S_1 și S_2. Notând cu α unghiul generatoarei cu axa și cu d distanța dela vârful conului la planul P, să se determine distanța între planele P și Q astfel ca aria laterală a trunchiului de con cuprins între ele să fie media armonică a arilor S_1 și S_2. Caz particular: $\alpha = \arcsin \frac{3}{4}$.

G. D. S.

VI. 516. Se dau patru sfere egale de rază R și tangente între ele. Să se afle volumul golului din afara sferelor și cuprins în tetraedrul ale cărui vârfuri sunt centrele sferelor date, precum și volumul tetraedrului regulat circumscris celor patru sfere.

C. I. Ț.

VI. 517. Se dă un triunghiu ABC de laturi a, b, c și fie R raza cercului circumscris. Bisectoarele taie cercul circumscris respectiv în A_1, B_1, C_1. Să se calculeze laturile a_1, b_1, c_1 și r_1 raza cercului înscris triunghiului $A_1B_1C_1$. Aplicație: $a = 4$, $b = 5$, $c = 7$.

C. I. Ț.

VI. 518. Să se arate, că:

$$[(\sqrt{1+a}+i)(\sqrt{1+b}-i)+2\sqrt{ab}]^2$$

$$-(1+i\sqrt{1+a})^2\cdot(1-i\sqrt{1+b})^2 =$$

$$= 2[\sqrt{a(1+b)}+\sqrt{b(1+a)}-i(\sqrt{a}-\sqrt{b})]^2$$

unde $i^2 = -1$. Aplicație: $a = b = -1$.

C. I. Ț.

VI. 519. Intr'un semicerc de diametru $\overline{AB}$ se înscrise patrulaterul ABCD având laturile $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ proporționale cu numerele m, m, 1 respectiv.

Să se calculeze perimetrul și aria patrulaterului, în cazul când problema are soluțiuni, pentru o valoare particulară a lui m.

O. N. Ț.

Clasa VII-a. *Exerc. 436.* Să se afle:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos x^2 - e^{-x^3}}{\cos x^3 - e^{-x^4}}.$$

C. I. B.

VII. 437. Se dau două sfere de raze R şi r având distanţa centrelor d. Să se studieze variaţia sumei suprafeţelor laterale ale conurilor tangente la aceste sfere cu vârful comun variabil pe linia centrelor lor. Discuţie.

A. G.

VII. 438. Să se calculeze derivata funcţiunii y dată de:

$$\operatorname{arctg} \frac{x+y}{1-xy} + \operatorname{arctg} \frac{x-y}{1+xy} = 0.$$

C. I. B.

VII. 439. Să se reprezinte, în raport cu două axe rectangulare Ox şi Oy funcţiunile:

$$y^2 = \frac{x^3}{x-a} \quad \text{şi} \quad y_1 = \frac{k}{x-a}.$$

Fie (C) şi (C_1) cele două curbe. Un patrulater $ABCC_1$ cu diagonalele paralele cu axele, are vârful A pe Ox, vârful B pe Oy şi astfel că $\overline{OA} = \overline{OB}$, iar vârful C pe curba (C) şi vârful C_1 pe curba (C_1).

Să se construiască patrulaterul $ABCC_1$ de suprafaţă *maximă* sau *minimă*.

A. G.

VII. 440. Se consideră funcţiunea

$$y = (1 - \sin x)^{\frac{1}{\sin 2x}}.$$

1. Să i se calculeze derivata.

2. Să se calculeze limita funcţiunii pentru $x \to \pi$ şi pentru $x \to \frac{\pi}{2}$.

C. I. B.

VII. 441. Se consideră dreptunghiurile ABCD de perimetru constant $2a$. Se descrie semicercul AEB de diametru AB. Să se studieze volumul solidului format prin rotirea figurei AEBCD în jurul lui AB.

C. I. B.

VII. 442. Să se afle natura seriilor:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^{\log f(n)}}{n!} \; ; \; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^{n^2}}{n^{n(n+1)}(n+2)^n}$$

[$f(n)$ reprezintă un polinom].

V. GH.

VII. 443. Să se calculeze derivata funcțiunii implicite y definită de ecuația

$$f(x, y) = \sqrt{1-x} - \sqrt{1+y} = 0$$

și să se reprezinte această funcțiune.

Idem pentru

$$f(x, y) = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+y} = 0.$$

C. I. Ț.

VII. 444. Se consideră un semicerc de rază R și limitat de diametrul $\overline{AB}$. Se duce o rază $\overline{OM}$ astfel ca unghiul AOM să fie egal cu α, precum și tangentele în punctele A, B, M. Se cere:

1. Să se exprime în funcțiune de R și α laturile trapezului determinat de cele trei tangente.

2. Să se exprime în funcție de R și α aria generată de porțiunea determinată pe tangenta în M de celelalte două tangente, când figura se rotește în jurul diametrului AB.

3. Să se determine valoarea minimă a acestei arii, când punctul M este variabil pe semicercul dat.

4. Să se determine α astfel ca volumul, determinat de trapezul tangentelor, atunci când se rotește în jurul diametrului AB să fie într'un raport dat față de cel generat de semicerc. Discuție.

G. G. C.

VII. 445. Un cerc cu centrul în O, de rază 1,5 m are un mobil M fixat pe el. Se dă cercului o mişcare de rotaţie uniformă cu iuţeala unghiulară $\omega = 4$ rad/sec. După un număr de n rotaţii complete punctul M se desprinde de cerc şi parcurge o distanţă rectilinie de (12π) m unde întâlneşte (în B) un alt mobil N, ce venea pe o direcţie perpendiculară traiectoriei sale. Ştiind că în momentul când cercul a căpătat mişcarea de rotaţie distanţa NB era (32π) m şi că iuţeala lui N este 4m/sec., să se afle numărul n de rotaţii.

(Se neglijează gravitatea pământului şi frecarea aerului).

G. D. S.

Clasa VIII-a. *Exerc. 325.* Se consideră ecuaţiunea:

$$2x^4 - 8x^3 + 7x^2 - 5x - 9 = 0.$$

Să se transforme într'o ecuaţiune de forma:

$$x^4 + Ax^2 + Bx + C = 0.$$

C. I. B.

VIII. 326. Se dă cercul de centru $(a\cos\varphi, a\sin\varphi)$ şi de rază $a\cos 2\varphi$. Tangentele din origină îl întâlnesc în M şi N. Locul geometric al punctelor M şi N, când φ variază, este *rozaceea* cu patru foi, de ecuaţie:

$$(x^2 + y^2)^3 - 4a^2x^2y^2 = 0.$$

N. M.

VIII. 327. Se dă elipsa

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0,$$

a cărei excentricitate este e. Să se afle unghiul φ de care trebue să rotim elipsa în jurul axei sale mari, astfel încât proiecţia acestei elipse pe planul din care a fost scoasă să fie o elipsă de excentricitate $e' = ke$. Să se discute. Caz particular:

$$a = 5 \quad , \quad b = 3 \quad , \quad k = 1,1.$$

V. GH.

VIII. 328. Să se determine forma generală a polinoamelor $P(x)$, care divizate respectiv cu $(x-a_1)$, $(x-a_2),\ldots,$ $(x-a_n)$ dau același rest b și care sunt divizibile prin $x-\alpha$. Să se deducă apoi polinomul de gradul cel mai mic care satisface acestor condițiuni.

G. G. C.

VIII. 329. Se se înscrie într'un semicerc de diametru $\overline{AB}=2R$ un patrulater ABCD, astfel ca laturile lui $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ să fie respectiv proporționale cu numerele date de m, n, 1. Discuțiune.

O. N. Ț.

VIII. 330. Se dă punctul $A(-2a, 0)$, $(a>0)$ pe axa OX.

1. Să se scrie ecuația generală a cercurilor ce trec prin punctele O și A.

2. Fie M punctul unde unul din aceste cercuri taie axa OY. Să se găsească locul geometric al intersecției tangentelor, în M și O la cerc, atunci când cercul variază.

3. Fie P punctul unde cercul variabil taie a doua oară locul geometric. (Se lasă la o parte origina).

Să se arate că abscisa punctului P e dată de o ecuațiune de gradul al III-lea care are o singură rădăcină reală.

4. Să se calculeze coordonatele punctului P pentru cercurile cu centrele în $O_1(-1, 7)$ și $O_2(-1, 1)$.

G. D. S.

VIII. 331 *). Un trunchiu de piramidă are înălțimea $h=1$ m, iar bazele sunt patrate având laturile x și y.

1. Știind că între laturile bazelor există relația:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=2$$

și că volumul trunchiului e dat de $\frac{z^2h}{3}$, să se studieze variația funcțiunii $z(x)$ și să se reprezinte grafic.

2. Să se afle valorile lui x și y pentru $z=\frac{2}{3}\sqrt{13}\,m$.

G. D. S.

---

*) Exerciții de sinteză pentru bacalaureat.

*VIII. 332**). Se sapă o groapă în formă de con circular drept, cu vârful în jos, de rază R şi adâncime h. Pământul scos se aşează în jurul groapei în formă inelară, având secţiunea un triunghiu isoscel cu baza $2a$ şi înălţimea i.

1. Să se stabilească relaţiunea ce există între: R, a, h şi i. (Se va nesocoti afânarea pământului după săpătură).

2. Punând $\frac{R}{a} = x$ şi $\frac{h}{i} = y$, să se studieze variaţiunea lui y dedus din (1). Să se reprezinte apoi grafic cu punctele principale (inclusiv cele de inflexiune).

3. Socotind $y = \frac{8}{9}x$, să se calculeze a şi i pentru $h = 4m$ şi $R = 2m$.

G. D. S.

Pentru toate clasele. *Exerc. 226.* Să se arate că numărul:

$$C = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + 100^3$$

nu este divizibil cu numărul:

$$P = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + 100^2.$$

C. I. B.

T. C. 227. Să se găsească cel mai mic număr N astfel ca 2N să aibă 12 divizori mai mult ca N, iar 3N numai 6 divizori mai mult ca N.

G. G. C.

T. C. 228. O persoană a făcut o înmulţire pe o foaie de hârtie, precum şi proba înmulţirii prin 9. Udându-se foaia de hârtie operaţia s'a şters nerămânând lizibil decât:

$$\begin{array}{r} 2\ldots \\ \quad\ \cdot\ \cdot \\ \hline 5\ \ldots \\ 82\ \cdot\ \cdot \\ \hline 87\ \ldots \end{array}$$

punctele reprezentând cifrele ce nu mai pot fi citite sigur; 8 este

*) Exerciţii de sinteză pentru bacalaureat.

restul împărţirii prin 9 a deînmulţitului, iar 5 acela al înmulţitorului.

Să se reconstituiască operaţiunea.

G. G. C.

T. C. 229. Să se determine condiţiunile pentru ca un număr de trei cifre să fie divizibil prin patratul lui 11.

G. G. C.

T. C. 230. Să se rezolve în numere întregi ecuaţia :

$$x + y^3 = x^3 + y.$$

V. GH.

T. C. 231. Dacă $x^3 - 1$ se divide prin 3, atunci se divide şi prin 9.

GH. B.

T. C. 232. Să se găsească numărul întreg N ştiind că dacă după el se scrie $2N + 1$ se obţine patratul lui $3N - 1$.

GH. B.

T. C. 233. Se cere numărul N ştiind că patratul lui $3N - 1$ se obţine scriind după $2N + 1$ pe N.

GH. B.

ERATĂ. La exerciţiul *T. C. 221 produsul cu 6 este* **decba** in loc de *dcba.*

Numărul 1, Vol. VI al „Gazetei Matematice“ Supliment cu exerciţii apare la 1 Octomvrie a. c.

INSTRUCȚIUNI

a) Soluțiile exercițiilor se vor scrie cu cerneală, pe sferturi de coală și numai pe o parte a foii.

Dacă va fi nevoie de mai multe foi pentru soluționarea unui exercițiu, ele se vor coase sau lipi în partea stângă. Figurile, ce vor fi necesare pentru urmărirea exercițiului se vor construi îngrijit, cu cerneală sau tuș, pe foi aparte, având formatul arătat mai sus și se vor coase sau lipi odată cu soluția.

Nu se vor trimite soluțiile mai multor exerciții pe aceeași foaie.

b) Redactarea soluțiilor se va face astfel:

Sus, se vor scrie numărul exercițiului, dedesubt enunțul astfel cum e publicat în revistă, cu inițialele propunătorului, apoi soluția clar compusă, iar la sfârșit, iscălitura rezolvitorului în ordinea următoare:

Nume de botez complet, inițiala părintelui, numele de familie, însoțit de clasa și școala pe care o urmează.

c) Nu se vor lua în considerare soluțiile iscălite de 2 sau mai mulți corespondenți, nici soluțiile exercițiilor propuse la clase inferioare aceleia în care corespondentul se află. Pentru redijarea soluțiilor se pot vedea indicațiile din Nr. 1, Vol. IV.

d) Soluțiile se primesc timp de 3 luni dela propunerea exercițiului, numai dela abonații „Suplimentului cu Exerciții" al Gazetei Matematice, pe adresa Casa Gazeta Matematică, Calea Griviței 158, București 2.

Drepturile de reproducere rezervate Societății «Gazeta Matematică».

Elevii claselor VI, VII și VIII, cu bogată activitate la această revistă își pot lărgi cadrul activității soluționând probleme din „Gazeta Matematică".

In Biblioteca „Gazetei Matematice" au apărut și se găsesc la adresa indicată mai sus, următoarele:

III. **N. Abramescu,** Lecțiuni elementare de Algebră superioară, pentru clasa VIII-a științifică, Ediția VI-a . . . . . Lei 120

IX. **G. Em. Filipescu, A. G. Ioachimescu, I. Ionescu, T. Lalescu și C. Țițeica,** Vocabular Matematic . . . . . Lei 20

X. **G. Țițeica,** Culegere de Probleme de Geometrie . . . . Lei 150

XI. **Gazeta Matematică** 1895—1935. Istoric, învățăminte. Volum jubilar (500 pag.) . . . . . { pentru particulari . . . . . Lei 200 / pentru abonații G. M. și S. G. M. . . . Lei 150

XII. **V. Cristescu,** Culegere de Probleme de Trigonometrie. Partea I. (Goniometrie) revăzută și adăogită de *Gh. Th. Gheorghiu* . . . . Lei 95

XIII. **I. Ionescu,** Culegere de Probleme de Aritmetică. Partea I. Aritmetica rațională . . . . . Lei 190

XIV. **V. Cristescu,** Culegere de Probleme de Trigonometrie. Partea I-a. (Trigonometrie plană). Ediția II-a revăzută și adăogită de *Gh. Th. Gheorghiu* . . . . . Lei 125

XV. **A. G. Ioachimescu,** Culegere de Probleme de Algebră. Partea I. Ediția IV-a revăzută și mărită . . . . . Lei 120

XVI. **G. Țițeica,** Culegere de Probleme de Geometrie Analitică. Partea I. Ediția II-a, adăogită de *N. G. Botea* . . . . . Lei 140

Biblioteca Istorică a GAZETEI MATEMATICE

1. Elementele lui **Euclid.** (Cărțile I — IV de Geometrie plană) tradusă din limba greacă de *V. Marian* . . . . . Lei 160

Suplimentul cu Exerciții. Abonamentul anual (9 numere) . . . Lei 50

„Gazeta Matematică" apare la 15 ale fiecărei luni. Abonamentul de 200 lei anual, se plătește înainte și începe dela 15 Septemvrie, oricând s'ar face achitarea lui în cursul anului și nu se face pe termene mai scurte de un an.

Abonamentele și toată corespondența se trimite pe adresa:

Societății „GAZETA MATEMATICĂ"

Casa Gazeta Matematică. — Calea Griviței No. 158. — București 2.

M. O., IMPRIMERIA NAȚIONALĂ. — C. 56.147